مجلة جامعة طرطوس للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (4) العدد (1)2020
Tartous University Journal for Research and Scientific Studies –Basic sciences Series Vol. (4) No.(1) 2020

قياس الكفاءة الكلية والتقنية لوحدات اتخاذ القرار التي تملك قيماً غير مرغوب فيها باستخدام منهجية الخطين الحدوديين في تحليل مغلف البيانات

د. محمد مزيد دريباتي*

(تاريخ الإيداع 11/9 /2019. قُبِل للنشر في 18 / 3 /2020)

□ ملخّص □

تحليل مغلف البيانات هي واحدة من أهم الطرق المستخدمة في قياس وتحليل الكفاءة والإنتاجية لوحدات اتخاذ القرار. المنهج التقليدي لتحليل مغلف البيانات يقوم على أساس قياس الكفاءة النسبية لوحدات اتخاذ القرار التي لديها عدة مدخلات ومخرجات قيمها غير سالبة بحيث توجد الأوزان المثلى التي تجعل من وحدة اتخاذ القرار الأفضل اداءً، وهذا المنهج هو ما يطلق عليه اسم المنهج المتفائل، لكن في عالمنا الواقعي توجد الكثير من الحالات التي يكون فيها اصحاب القرارات في وضع متشائم، وهذا يعني أن الهدف سيتركز على إيجاد الأوزان الأكثر عدم مثالية التي تجعل من وحدة اتخاذ القرار الأسوأ اداءً، وهو ما يسمى المنهج المتشائم.

وجود أكثر من منهج لقياس الكفاءة يعني وجود أكثر من قيمة للكفاءة، وهذا بدوره يعني تناقضاً وعدم واقعية. في أدب تحليل مغلف البيانات عدة أبحاث قامت بدمج هذين المنهجين ضمن منهج واحد يعطينا قيمة واحدة للكفاءة وبنفس الوقت يكون أكثر واقعية لأنه يدمج مفهومي التفاؤل والتشاؤم معاً، وسميت هذه المنهجية بمنهجية الخطين الحدوديين.

في هذا البحث نقوم باستخدام منهجية الخطين الحدوديين لقياس الكفاءة الكلية والتقنية لوحدات اتخاذ القرار التي يمكن أن تحوي قيماً غير مرغوب فيها. في البداية نقوم بعرض نموذج رياضي جديد في تحليل مغلف البيانات قادر على التعامل مع القيم غير المرغوب فيها في المدخلات أو المخرجات، ومن ثم نقدم طريقة جديدة لمنهجية الخطين الحدوديين لحساب الكفاءة الكلية والتقنية لوحدات اتخاذ القرار. استخدمنا مثالاً عن إحدى منظومات التعليم الابتدائي لإظهار فعالية وجودة الطرق المقترحة في قياس الكفاءة الكلية والتقنية.

الكلمات المفتاحية: بحوث العمليات، تحليل مغلف البيانات، تحليل الكفاءة، الكفاءة التفاؤلية–التشاؤمية، منهجية الخطين الحدوديين، قيم غير مرغوب فيها.

*أستاذ مساعد ، قسم الاحصاء الرياضي ، كلية العلوم ، جامعة تشرين .

مجلة جامعة طرطوس للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (4) العدد (1)2020
Tartous University Journal for Research and Scientific Studies –Basic sciences Series Vol. (4) No.(1) 2020

Measuring the overall and technical efficiencies of decision-making units with undesirable values using a double frontier approach in data envelope analysis

D.r Mohamad Maziad Dribaty *

(Received 9/11 /2019. Accepted 18/ 3 /2019)

□ ABSTRACT □

Data envelopment analysis (DEA) is one of the most important tools used in measuring and analyzing the efficiency and productivity of decision-making units (DMUs). The standard DEA assesses the relative efficiency of DMUs which have multiple inputs and outputs, their values are nonnegative, so that the optimal weights are obtained to make the DMU the best performer, and this is called the optimistic approach. However, in the real life, there are many cases where the decision makers are pessimistic, and that means their aim will be focused on finding the most unfavorable weights that make the DMU the worst performer, and this is called the pessimistic approach. Multiple measurements for efficiency mean existence of multiple scores for the efficiency, and that is conflicting and not reasonable. In DEA literature, several studies merged these two approaches in one measurement. This measurement gives a unique score for the efficiency and at the same time it is more reasonable because it considers both optimistic and pessimistic perspectives, and it is called the double frontier approach. In this paper, we introduce a double frontier approach to measure the overall and technical efficiencies of DMUs that may have undesirable values in the inputs or the outputs. First, we propose a new DEA model to deal with the undesirable values in the inputs or the outputs. Then, we introduce a double frontier approach to measure the overall and technical efficiencies of DMUs. Case of one of primary education systems is used to show the applicability and merits of the proposed approaches in measuring the overall and technical efficiencies.

Keywords: Operations Research, Data Envelopment Analysis, Efficiency Analysis, Optimistic-pessimistic efficiencies, Double-frontier approach, Undesirable values.

* Associate Professor – Mathematical Statistic – College of Science – Tishreen University .

المقدمة:

تحليل مغلف البيانات (Data Envelopment Analysis or DEA) هي طريقة رياضية من طرق بحوث العمليات (Operations Research) تعتمد على مفهوم البرمجة الخطية (Linear Programming) وتستخدم لقياس الكفاءة النسبية لوحدات اتخاذ القرار (Decision Making Units) المتماثلة والتي تستهلك عدة مدخلات (Inputs) لتنتج عدة مخرجات (Outputs)، قيم هذه المتغيرات غير سالبة، وقدمت للمرة الأولى من قبل (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978) وطورت بعد ذلك عبر العديد من الدراسات (Assani, Jiang, Assani, & Yang, 2019b, 2019a; Assani, Jiang, Cao, & Yang, 2018; Emrouznejad & Yang, 2018; Liu, Lu, Lu, & Lin, 2013).

طبقت هذه التقنية في العديد من مجالات الحياة مثل التعليم (An, Yang, Chu, Wu, & Zhu, 2017)، الصحة (Y. Li, Lei, & Morton, 2019)، البنوك (F. Li, Liang, Li, & Emrouznejad, 2018)، الموانئ (Wanke & Barros, 2015)، الرياضة (Tabak, Assani, & Assani, 2019)، ... الخ.

الطريقة التقليدية في تحليل مغلف البيانات تقوم على أساس إيجاد الأوزان المثلى لكل من المدخلات والمخرجات لكل وحدة من وحدات اتخاذ القرار لكي تصبح الأفضل اداءً. هذه الأوزان المثلى سيتم استخدامها لتحسين أداء وكفاءة كل وحدة من وحدات اتخاذ القرار عن طريق تغيير حجم هذه الوحدات إما بزيادة حجمها أو خفضه أو المحافظة عليه.

مجموعة وحدات القرار المثلى تشكل خطاً حدودياً نسميه الخط الحدودي الكفوء (Efficient frontier). الأوزان المثلى تستعمل لتحسين أداء وحدات القرار التي لا تقع على هذا الخط الحدودي، فمثلاً بعض وحدات اتخاذ القرار ستصل للأداء الأمثل (ستصل إلى نقطة واقعة على الخط الحدودي) بتخفيض مستوى المدخلات، ووحدات قرار أخرى بزيادة مستوى المخرجات، أو بتخفيض المدخلات وزيادة المخرجات بنفس الوقت. تسمى هذه الطريقة بالنهج المتفائل (Optimistic approach).

طريقة أخرى تتبنى أسلوب مختلف في قياس الكفاءة سوف تعطينا قيماً مختلفة للكفاءة ومفهوماً آخراً لفهمها. فمثلاً النهج المتشائم (Pessimistic approach) يقوم بإيجاد الأوزان الأكثر عدم تفضيلاً التي تجعل من وحدة اتخاذ القرار الأسوأ اداءً، وهذا النهج سيعطينا قيماً مختلفة للكفاءة ومعنىً آخر لها.

وجود أكثر من قيمة للكفاءة لنفس وحدة اتخاذ القرار سيجعل موضوع تحديد القيمة الأفضل أمراً صعباً، لذلك، قدمت عدة أبحاث أفكاراً وطرقاً لدمج هذين النهجين في منهجية واحدة تدعى منهجية الخطين الحدوديين (Double frontier approach) وذلك باستخدام المتوسط الهندسي (Geometric average)، المتوسط الهارمونيك (Harmonic average)، أو بوسائط أخرى. هذه المنهجية توفر لصاحبي القرار إمكانية قياس الكفاءة لوحدات اتخاذ القرار بشكل أكثر موضوعية لأنها تشمل النهجين المتفائل والمتشائم بنفس الوقت، وأكثر من ذلك، هذه المنهجية تعطينا الترتيب لكل وحدة اتخاذ قرار بين بقية الوحدات بناءً على قيم الكفاءة.

طبقت هذه المنهجية في العديد من الدراسات السابقة في مجالات نظرية ومجالات تطبيقية في تحليل مغلف البيانات، وكأمثلة عنها (Assani, Jiang, Assani, & Yang, 2020; Badiezadeh, Saen, & Samavati, 2018; Y.-M. Wang & Yang, 2007; Y. M. Wang, Chin, & Yang, 2007).

الدافع من وراء القيام بهذا البحث يستند لنقطتين رئيسيتين. النقطة الأولى هي أن معظم الأبحاث في أدب تحليل مغلف البيانات تفترض أن المدخلات والمخرجات لكل وحدات اتخاذ القرار هي قيم مرغوب فيها وهي نفس فرضية

الطريقة التقليدية لتحليل مغلف البيانات. لتجاوز هذه الفرضية، عدة دراسات قدمت نماذج رياضية لقياس الكفاءة مع شروط مخفضة للمدخلات والمخرجات بأن تكون سالبة أو صفراً أو غير مرغوب فيها بشكل عام، من هذه الدراسات (Emrouznejad, Anouze, & Thanassoulis, 2010; Kaffash, Kazemi Matin, & Tajik, 2018;) (Pastor, 1996). وهذا يقودنا للإسهام الأول لهذا البحث والذي يهدف لتقديم طريقة جديدة لتحويل القيم غير مرغوب فيها، في حال وجودها في المدخلات أو المخرجات، إلى قيم مرغوب فيها، وبعد ذلك نقدم نماذج رياضية جديدة لقياس الكفاءة التقنية لوحدات اتخاذ القرار من وجهتي النظر المتفائلة والمتشائمة.

النقطة الثانية هي أن الكفاءة الكلية والتقنية قد تمت دراستهما بشكل واسع في أدب تحليل مغلف البيانات من المنهجين المتفائل والمتشائم ومن منهجية الخطين الحدوديين (باستخدام المتوسط الهندسي والهارمونيك). لكن بافتراض أن قيم المدخلات أو المخرجات تحوي قيماً غير مرغوب فيها، هذا البحث هو الأول الذي يقدم منهجية جديدة للخطين الحدوديين باستخدام معامل هورفيتش (Hurwicz Criterion) لدمج المنهجين المتفائل والمتشائم في منهج واحد.

هذه الطريقة تتغلب على القصور الموجود في طرق المتوسط الهندسي والهارمونيك بحيث أنها توفر لصاحبي القرار تحديد نسبة التفاؤل والتشاؤم لديهم قبل البدء بقياس الكفاءة. فمثلاً نفترض أننا متفائلون بنسبة ستين بالمئة وبالتالي متشائمون بنسبة أربعين بالمئة، هذه النسب سوف تستعمل كأوزان لقيم الكفاءة المحسوبة عن طريق النماذج الجديدة المفروضة من وجهتي النظر المتفائلة والمتشائمة.

أهمية البحث وأهدافه:

تأتي أهمية البحث من كونه الأول في أدب تحليل مغلف البيانات الذي يستخدم منهجية الخطين الحدوديين لقياس الكفاءة الكلية والتقنية لوحدات اتخاذ القرار التي قد تملك مدخلات أو مخرجات غير مرغوب فيها.

أهداف البحث تتركز فيما يلي:

-تقديم نماذج رياضية في تحليل مغلف البيانات وفق منهجيتي التفاؤل والتشاؤم وقادرة على التعامل مع مدخلات أو مخرجات غير مرغوب بها.

-استخدام معامل هورفيتش لدمج المنهجيتين المتفائلة والمتشائمة بقالب واحد يعطينا قيماً للكفاءة أكثر موضوعية وعقلانية من مجرد اتباع منهج واحد.

-تطبيق الطرق المقترحة على مثال حياتي يهدف لقياس الكفاءة الكلية والتقنية لنظام التعليم الابتدائي في إحدى منظومات التعليم.

طرائق البحث ومواده:

هذا البحث يعتمد على أسلوب البرمجة الخطية في بحوث العمليات ويستخدم طريقة تحليل مغلف البيانات التي أصبحت من الطرق الرائدة في علم قياس الكفاءة والأداء. نقوم بهذا البحث بتطوير نماذج رياضية قادرة على معالجة وتحقيق أهداف البحث.

هذه المقالة منظمة بالشكل التالي: الفصل الرابع يستعرض مراجعة سابقة عن تحليل مغلف البيانات والنماذج الرياضية المرتبطة بهذا البحث. في الفصل الخامس، نقدم النماذج الرياضية والطرق المقترحة لقياس الكفاءة باستخدام منهجية الخطين الحدوديين. في الفصل السادس نقوم بتطبيق الطرق والنماذج الرياضية المقترحة على مثال عددي صغير من خمس وحدات اتخاذ قرار ومن ثم على مثال حياتي لقياس الكفاءة لنظام التعليم الابتدائي في إحدى منظومات التعليم. نتائج البحث والتوصيات معروضة في الفصل السابع.

مراجعة عن تحليل مغلف البيانات

لنفرض أنه يوجد لدينا n وحدة اتخاذ قرار ليتم قياس كفاءتهم. كل وحدة قرار تستهلك m مدخلة لتنتج s مخرجة حيث $(i = 1,2, \dots, m)$ و X_{ij} $(r = 1,2, \dots, s)$ و Y_{rj} هي قيم المدخلات والمخرجات ، قيم غير سالبة ، لوحدة اتخاذ القرار DMUj $(j = 1,2, \dots, n)$ ، وأن v_i و u_r هي الأوزان الافتراضية الموافقة لكل من قيم المدخلات والمخرجات على الترتيب.

النموذج الرياضي الأساسي لتحليل مغلف البيانات *CCR* الذي قدمه (Charnes et al., 1978) يعتمد أسلوب ثبات حجم النطاق، أي أن أي زيادة في المدخلات سوف ينتج عنها زيادة في المخرجات بنفس النسبة.

الصيغة التالية تمثل نموذج *CCR* من وجهة النظر المتفائلة لقياس وحدة اتخاذ القرار *k*:

$$E^*_{opt,k} = Max_{u_r,v_i}\{\sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rk} : \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ik} = 1, \sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ij} \le 0\ (\forall j), \quad u_r, v_i \ge \varepsilon\ (\forall r), (\forall i)\}, \tag{1}$$

حيث ε هو قيمة صغيرة موجبة مفروضة لتجنب تجاهل أي قيم لأوزان المدخلات والمخرجات.

استناداً للنموذج (1)، طور الباحثون (R. D. Banker, Charnes, & Cooper, 1984) النموذج التالي لقياس الكفاءة من وجهة النظر المتفائلة لوحدة اتخاذ القرار k تحت شرط تغير حجم النطاق:

$$T^*_{opt,k} = Max_{\hat{u}_r,\hat{v}_i,\hat{u}_0}\{\sum_{r=1}^{s} \hat{u}_r Y_{rk} - \hat{u}_0 : \sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i X_{ik} = 1, \left(\sum_{r=1}^{s} \hat{u}_r Y_{rj} - \hat{u}_0\right) - \sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i X_{ij} \le 0\ (\forall j), \hat{u}_r, \hat{v}_i \ge \varepsilon\ (\forall r), (\forall i), \hat{u}_0 : free\}. \tag{2}$$

النموذجان (1) و (2) يقيسان الكفاءة المتفائلة لوحدة اتخاذ القرار DMU_k وذلك بتعظيم كفاءتها، وتأخذ قيماً بين الصفر والواحد، أكثر من ذلك، هذان النموذجان يقيمان DMU_k بالأوزان الأكثر تفضيلاً وتعطي وحدة القرار DMU_k فرصتها المحتملة لأن تصبح الأفضل اداءً. وحدة اتخاذ القرار DMU_k تدعى كفؤة كلياً (تقنياً) من وجهة النظر المتفائلة إذا وفقط إذا وجدت مجموعة من الأوزان الموجبة التي تجعل من تابع الهدف في النموذجين (1) و(2) $E^*_{opt} = 1$ و$(T^*_{opt} = 1)$ على الترتيب، وإلا نقول إنها غير كفؤة كلياً (تقنياً) على الترتيب. جميع وحدات اتخاذ القرار الكفؤة تشكل الخط الحدودي الكفوء والذي نسميه الخط الحدودي الكفوء من وجهة النظر المتفائلة.

إذا كانت DMU_k كفؤة كلياً وكفؤة تقنياً بالوقت نفسه، بالتعريف، نقول إنها تحقق حجم نطاق كفوء، وإلا نقول بأنها لا تحقق حجم النطاق الكفوء (R. D. Banker et al., 1984; Rajiv D. Banker & Thrall, 1992; Cooper, Seiford, & Tone, 2006).

كما ذكرنا سابقاً، الكفاءة هي مقياس نسبي وأن اعتماد فقط نهج واحد (النهج المتفائل) لقياسها هو أمر يفتقد للحيادية. النهج المتشائم يقيس الكفاءة النسبية الأسوأ لوحدات اتخاذ القرار DMU_k عن طريق تخفيض تابع الهدف ضمن القيمتين الواحد واللانهاية (Y. M. Wang et al., 2007). وبالتالي النموذجين (3) و(4) هما النموذجان الموافقان للنموذجين (1) و (2) على الترتيب ويقيسان الكفاءة وفق النهج المتشائم.

$$E^*_{pess,k} = Min_{u_r,v_i}\{\sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rk} : \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ik} = 1, \sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ij} \ge 0\ (\forall j), \quad u_r, v_i \ge \varepsilon\ (\forall r), (\forall i)\}, \tag{3}$$

$$T^*_{pess,k} = Min_{\hat{u}_r,\hat{v}_i,\hat{u}_0}\{\sum_{r=1}^{s}\hat{u}_r Y_{rk} - \hat{u}_0 : \sum_{i=1}^{m}\hat{v}_i X_{ik} = 1, \left(\sum_{r=1}^{s}\hat{u}_r Y_{rj} - \hat{u}_0\right) - \sum_{i=1}^{m}\hat{v}_i X_{ij} \geq 0\ (\forall j), \quad \hat{u}_r, \hat{v}_i \geq \varepsilon\ (\forall r), (\forall i), \hat{u}_0 : free\}. \qquad (4)$$

النموذجان (3) و(4) يقيسان كفاءة DMU_k من وجهة النظر المتشائمة بإيجاد الأوزان الأقل عدم تفضيلاً وفرصة DMU_k ليكون الأسوأ اداءً.

وحدة اتخاذ القرار DMU_k تدعى كفؤة كلياً (تقنياً) من وجهة النظر المتشائمة إذا وفقط إذا وجدت مجموعة من الأوزان الموجبة التي تجعل من تابع الهدف في النموذجين (3) و(4) $E^*_{pess} = 1$ و$(T^*_{pess} = 1)$ على الترتيب، وإلا نقول إنها وحدة قرار غير كفؤة، تشاؤمياً، كلياً (تقنياً)، على الترتيب.

جميع وحدات اتخاذ القرار غير الكفؤة تشاؤمياً تشكل الخط الحدودي غير الكفوء والذي نسميه الخط الحدودي غير الكفوء من وجهة النظر المتشائمة. يمكن اعتبار الكفاءتين المتفائلة والمتشائمة طرفي مجال.

قام الباحثون (Y.–M. Wang & Yang, 2007) بتثقيل الكفاءة المتشائمة بمعامل تحسين $(\alpha, 0 < \alpha <$ 1) حيث $\alpha < Min\{E^*_{opt,k}/E^*_{pess,k}\}$ بالتالي، مجال الكفاءة لوحدة القرار DMU_k يأخذ الصيغة $[\alpha E^*_{pess,k}, E^*_{opt,k}]$. نقطة المنتصف لهذا المجال يمكن إيجادها بأخذ المتوسط الهندسي لطرفي المجال، بعد ذلك ، الترتيب لوحدات اتخاذ القرار قد أثبت أنه يتعلق فقط بالمتوسط الهندسي للكفاءتين المتفائلة والمتشائمة ولا يتعلق بمعامل التحسين α. نتيجة لذلك، قاموا بتجاهل معامل التحسين وبشكل مباشر قارنوا ترتيب وحدات اتخاذ القرار استناداً للمتوسط الهندسي لكفاءاتهم المتفائلة والمتشائمة.

المتوسط الهندسي للكفاءة الكلية والتقنية قد استخدم كطريقة لدمج الكفاءتين المتفائلة والمتشائمة ضمن مفهوم واحد وقيمة واحدة ندعوها طريقة الخطين الحدوديين لأنها تشمل مفهومي الخط الحدودي المتفائل والمتشائم. الصيغة تأخذ الشكل التالي:

$$E^*_{df,k} = \sqrt{E^*_{opt,k} * E^*_{pess,k}}\ , T^*_{df,k} = \sqrt{T^*_{opt,k} * T^*_{pess,k}}\ . \qquad (5)$$

إحدى القصور باستخدام طريقة المتوسط الهندسي هي أنها لا تتيح لصاحبي القرار أن يحددوا كم هي نسبة التفاؤل والتشاؤم لديهم. فمثلاً، إذا كان صاحب القرار يريد قياس الكفاءة بنسبة تفاؤل ستين بالمئة، المتوسط الهندسي لا يسمح لنا باعتماد نسب للتفاؤل والتشاؤم. للتغلب على هذه النقطة، في الفصل القادم نقدم طريقة معامل هورفيتش لتكون طريقة للخطين الحدوديين.

5- نماذج رياضية لقياس الكفاءة بوجود قيم غير مرغوب فيها للمدخلات أو المخرجات

I- استخدام التحويل الأسي لمعالجة وجود القيم غير مرغوب فيها

في هذا البحث نفرض أن القيم غير مرغوب فيها موجودة في المخرجات. لنفرض أنه يوجد لدينا n وحدة اتخاذ قرار ليتم قياس كفاءتهم. كل وحدة قرار تستهلك m مدخلة $(i = 1,2, \dots, m)$ X_{ij} لتنتج s مخرجة بقيم مرغوب فيها $(r = 1,2, \dots, s)$ Y_{rj} و d مخرجة بقيم غير مرغوب فيها $(t = 1,2, \dots, d)$ B_{tj}.

الفكرة في التعامل مع القيم غير مرغوب فيها هي بتحويلها لقيم مرغوب فيها. بمعنى آخر، أن نقوم بإيجاد تحويل رياضي ينقل القيم الحالية غير مرغوب فيها ويحولها إلى قيم مرغوب فيها. في حالة القيم غير مرغوب فيها، الهدف هو تقليل نسبة هذه القيم، ولكن بعد تحويلها لقيم مرغوب فيها، الهدف يصبح زيادة مستوى هذه القيم.

في أدب تحليل مغلف البيانات، عدة تحويلات قد طبقت لتحويل القيم غير مرغوب فيها لقيم أخرى مرغوب فيها. التحويل الخطي (Seiford & Zhu, 2002) يستخدم متحول جديد W بالشكل التالي:

$$\widetilde{B_{to}} = -B_{to} + W, \quad (6)$$

W هو قيمة محددة مسبقاً من قبل أصحاب القرار أضيفت لتجعل المقدار $\widetilde{B_{to}}$ موجباً.

باستخدام التحويل رقم (6)، يصبح هدفنا زيادة مستوى المخرجات Y_{rj} وأيضاً المخرجات الناتجة عن التحويل الخطي $\widetilde{B_{tJ}}$.

كفكرة جديدة لتحويل أكثر فعالية وأكثر تزايداً من التحليل الخطي، في هذه المقالة، نستخدم التحويل الأسي لتحويل المخرجات غير مرغوب فيها إلى قيم مخرجات مرغوب فيها.

التحويل الأسي كما نعلم هو أسرع في التزايد من التحويل الخطي وبالتالي القيم الناتجة عن التحويل الأسي ستكون مرغوب بها أكثر مقارنة بالقيم الناتجة عن التحويل الخطي.

التحويل الأسي المفروض في هذا البحث يأخذ الشكل التالي:

$$\widetilde{B_{to}} = (1-\varepsilon)^{B_{to}}, \varepsilon \in (0,1). \quad (7)$$

المقدار ε يمكن تحديده أيضاً من قبل أصحاب القرار.

باستخدام التحويل رقم (7)، فان النماذج الرياضية المقدمة لقياس الكفاءة الكلية والتقنية من وجهتي النظر المتفائلة والمتشائمة تأخذ الشكل التالي:

$$\begin{aligned} E^*_{opt,k} = Max_{u_r,v_i,w_t}\{ & \sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rk} + \sum_{t=1}^{d} w_t \widetilde{B_{to}} : \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ik} = 1, \\ & \left(\sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rj} + \sum_{t=1}^{d} w_t \widetilde{B_{to}}\right) - \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ij} \le 0 \ (\forall j), \\ & u_r, v_i, w_t \ge \varepsilon \ (\forall r), (\forall i), (\forall t)\}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} T^*_{opt,k} = Max_{\hat{u}_r,\hat{v}_i,\hat{u}_0}\{ & \sum_{r=1}^{s} \hat{u}_r Y_{rk} + \sum_{t=1}^{d} \hat{w}_t \widetilde{B_{to}} - \hat{u}_0 : \sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i X_{ik} \\ & = 1, \left(\sum_{r=1}^{s} \hat{u}_r Y_{rj} + \sum_{t=1}^{d} \hat{w}_t \widetilde{B_{to}} - \hat{u}_0\right) - \sum_{i=1}^{m} \hat{v}_i X_{ij} \le 0 \ (\forall j), \\ & \hat{u}_r, \hat{v}_i, \hat{w}_t \ge \varepsilon \ (\forall r), (\forall i), (\forall t), \hat{u}_0 : free\}. \end{aligned} \quad (9)$$

النموذجين (8) و(9) يقيسان على الترتيب الكفاءة الكلية والتقنية لوحدة اتخاذ القرار DMU_k التي يمكن أن تحوي قيماً غير مرغوب فيها في المخرجات وذلك من وجهة النظر المتفائلة.

بالمثل الكفاءة الكلية والتقنية من وجهة النظر المتشائمة لوحدة اتخاذ القرار DMU_k تحسب من خلال تطبيق النموذجين (10) و (11):

$$\begin{aligned} E^*_{pess,k} = Min_{u_r,v_i,w_t}\{ & \sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rk} + \sum_{t=1}^{d} w_t \widetilde{B_{to}} : \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ik} \\ & = 1, \left(\sum_{r=1}^{s} u_r Y_{rj} + \sum_{t=1}^{d} w_t \widetilde{B_{to}}\right) - \sum_{i=1}^{m} v_i X_{ij} \ge 0 \ (\forall j), \\ & u_r, v_i, w_t \ge \varepsilon \ (\forall r), (\forall i), (\forall t)\}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$T^*_{pess,k} = Min_{\hat{u}_r,\hat{v}_i,\hat{u}_0}\{\sum_{r=1}^{s}\hat{u}_r Y_{rk} + \sum_{t=1}^{d}\widehat{w}_t\widetilde{B_{to}} - \hat{u}_0 : \sum_{i=1}^{m}\hat{v}_i X_{ik} = 1, \left(\sum_{r=1}^{s}\hat{u}_r Y_{rj} + \sum_{t=1}^{d}\widehat{w}_t\widetilde{B_{to}} - \hat{u}_0\right) - \sum_{i=1}^{m}\hat{v}_i X_{ij} \geq 0\ (\forall j), \hat{u}_r, \hat{v}_i, \widehat{w}_t \geq \varepsilon\ (\forall r), (\forall i), (\forall t), \hat{u}_0 : free\}. \quad (11)$$

II- توظيف معامل هورفيتش Hurwicz كطريقة الخطين الحدوديين

بما أن الكفاءتين المتفائلة والمتشائمة لديهما معايير مختلفة لاتخاذ القرار، اختيار واحدة منهما سيكون منحازاً. ذلك يدفعنا للتفكير في دمج هاتين الكفاءتين بمقياس واحد.

للاستفادة من مميزات كلتي المنهجيتين، في هذه المقالة، نستخدم معامل هورفيتش (Hurwicz criterion) لتحديد مقدار الكفاءة النهائي لكل وحدات اتخاذ القرار. معامل هورفيتش (Hurwicz, 1951) يعتمد درجة تفاؤل صاحب القرار ليتم استعمالها لتحديد القيمة النهائية للكفاءة بالشكل التالي:

$$\lambda.\max(x) + (1-\lambda).\min(x) \quad (12)$$

في مبدأ هورفيتش، المقدار $\lambda \in [0,1]$، الذي يمثل درجة تفاؤل صاحب القرار، يحدد من قبل صاحب القرار. بما أن لكل صاحب قرار وجهته الخاصة في تحديد درجة تفاؤله، من الصعب تحديد قيمة محددة ومناسبة ل λ. فمثلاً عندما تكون $\lambda = 0$، صاحب القرار يكون أمام النهج المتشائم، بينما $\lambda = 1$ تشير لأن صاحب القرار يتبع النهج المتفائل. أي قيم أخرى محصورة في المجال $\lambda \in (0,1)$ تعني أن صاحب القرار لديه نسبة غير مطلقة من التفاؤل وبالتالي يجب تطبيق طريقة الخطين الحدوديين لدمج هاتين المنهجيتين المتفائلة والمتشائمة بمقياس واحد لقياس الكفاءة لوحدات اتخاذ القرار.

في هذا البحث، سنقترح المقياس التالي لدمج الكفاءتين المتفائلة والمتشائمة بمقياس واحد في حال كون صاحب القرار لديه نسبة ولو كانت طفيفة من الشك أو من التشاؤم خلال عملية تقييمه لوحدات اتخاذ القرار.

$$\varphi_j = \lambda.E^*_{opt,j} + (1-\lambda).\frac{E^*_{pess,j}}{\max\limits_{1\leq j\leq n} E^*_{pess,j}}, j = 1,2,\dots n \quad (13)$$

سبب اختيار المقدار $\frac{E^*_{pess,j}}{\max_{1\leq j\leq n} E^*_{pess,j}}$ هو أن الكفاءة المتشائمة $E^*_{pess,j}$ تأخذ قيماً بين الواحد واللانهاية ، وبالتالي لجعل قيمة الناتج في المعادلتين (12) و (13) أصغر من الواحد قمنا بأخذ النسبة $\frac{E^*_{pess,j}}{\max_{1\leq j\leq n} E^*_{pess,j}}$ لتصبح مماثلة للكفاءة المتفائلة من حيث إن القيم محصورة بين الصفر والواحد وبالتالي وحدات اتخاذ القرار ستكون قابلة للمقارنة استناداً لقيم كفاءتها، بالتالي المقادير $E^*_{pess,j}$، $E^*_{opt,j}$، و φ_j تمثل الكفاءة المتشائمة، المتفائلة، والكفاءة بواسطة طريقة الخطين الحدوديين لوحدات اتخاذ القرار (DMUj (j=1,2,…,n على الترتيب.

التطبيقات والمناقشة

فيما يلي نقوم بتقديم مثالين لتوضيح فعالية وإمكانية التطبيق العملي للطرق المقترحة في هذا البحث.

في المثال الأول نأخذ خمس وحدات اتخاذ قرار ونقوم باختبار الطرق المقترحة عليها.

في المثال الثاني نقوم بتطبيق الطرق المقترحة على بيانات واقعية مأخوذة من إحدى منظومات التعليم الابتدائي. في المثالين نفترض أن صاحب القرار لديه نفس نسبة التفاؤل والتشاؤم، أي أن $\lambda = 0.5$ في المعادلة (13).

مثال1

المثال التالي يستعرض خمس وحدات اتخاذ قرار، لكل منها مدخلان ومخرجة واحدة فقط كما في الجدول رقم (1).

جدول 1. بيانات لخمسة وحدات اتخاذ قرار

وحدات اتخاذ القرار	المدخلات		المخرجات	
	المدخل الأول	المدخل الثاني	المرغوب بها	غير المرغوب بها
A	10	36	12	2
B	14	30	16	3
C	19	45	23	1
D	16	39	15	4
E	11	42	30	5

باستخدام التحويل الأسي المقترح في المعادلة (7) وبتطبيق النماذج الرياضية (8) و (9)، يمكننا إيجاد قيم الكفاءة الكلية والتقنية من وجهة النظر المتفائلة.

بالمثل وبتطبيق النماذج الرياضية (10) و (11) يمكننا إيجاد قيم الكفاءة الكلية والتقنية من وجهة النظر المتشائمة (انظر الجدول (2)).

جدول 2. قيم الكفاءة الكلية والتقنية لوحدات اتخاذ القرار وفق المنهجيات المتفائلة ، المتشائمة ، والخطين الحدوديين

وحدة اتخاذ القرار	الكفاءة الكلية				الكفاءة التقنية			
	$\theta^*_{\mathrm{CCR-opt}}$	$\theta^*_{\mathrm{CCR-pess}}$	DF_{CCR}	الترتيب	$\theta^*_{\mathrm{BCC-opt}}$	$\theta^*_{\mathrm{BCC-pess}}$	DF_{BCC}	الترتيب
A	0.9672	1	0.8708	4	1	1	0.9274	2
B	0.8438	1.219	0.8939	2	1	1.1696	1	1
C	1	1.2912	1	1	1	1	0.9274	2
D	0.5708	1	0.6726	5	0.8098	1	0.8323	5
E	1	1	0.8872	3	1	1	0.9274	2

الأعمدة (2−4) تمثل قيم الكفاءة الكلية لوحدات اتخاذ القرار من وجهات النظر المتفائلة، المتشائمة، والخطين الحدوديين، على الترتيب.

ترتيب وحدات اتخاذ القرار استناداً لقيم الكفاءة وفق منهجية الخطين الحدوديين ممثلة في العمود الخامس.

كما نلاحظ، هناك وحدتي اتخاذ قرار كفؤة كلياً (C, E) من وجهة النظر المتفائلة وثلاث وحدات اتخاذ قرار (A, D, E) غير كفؤة تشاؤمياً. بالنظر لقيم منهجية الخطين الحدوديين للكفاءة الكلية، نجد أن وحدة اتخاذ القرار C

هي الأفضل لأنها حصلت على القيمة الأعلى بين وحدات اتخاذ القرار الأخرى، وترتيب وحدات القرار بالنسبة للكفاءة الكلية وفق منهجية الخطين الحدوديين يأخذ الشكل التالي: $C \succ B \succ E \succ A \succ D$.

الأعمدة (6–9) يمثلون قيم الكفاءة التقنية لوحدات اتخاذ القرار من وجهات النظر المتفائلة ، المتشائمة، والخطين الحدوديين، على الترتيب. ترتيب وحدات اتخاذ القرار استناداً لقيم الكفاءة وفق منهجية الخطين الحدوديين ممثلة في العمود التاسع. كما نلاحظ، هناك أربع وحدات اتخاذ قرار كفؤة تقنياً (*A, B, C, E*) من وجهة النظر المتفائلة وأيضاً أربع وحدات اتخاذ قرار (*A, C, D, E*) غير كفؤة تشاؤمياً. بالنظر لقيم منهجية الخطين الحدوديين للكفاءة الكلية، نجد أن وحدة اتخاذ القرار *B* هي الأفضل لأنها حصلت على القيمة الأعلى بين وحدات اتخاذ القرار الأخرى، وترتيب وحدات القرار بالنسبة للكفاءة الكلية وفق منهجية الخطين الحدوديين يأخذ الشكل التالي:

$B \succ A \sim C \sim E \succ D$.

مثال 2

في هذا المثال نهدف لقياس الكفاءة الكلية والتقنية لنظام التعليم الابتدائي في إحدى منظومات التعليم استناداً لبيانات مأخوذة من منشورات الإدارة العامة لنظم المعلومات في تلك المنظومة. بشكل أدق، نقوم بتطبيق الطرق المقترحة في هذا البحث على بيانات المدارس الابتدائية في المحافظات لعام دراسي واحد.

نعتمد أن كل محافظة تمثل وحدة اتخاذ قرار. في هذا المثال لدينا سبع وعشرون وحدة اتخاذ قرار لكل منها أربع مدخلات هي: عدد المدارس الابتدائية، عدد الصفوف، عدد المدرسين، وعدد الطلبة وينتج عن كل منها مخرجتين هما عدد الطلبة الناجحين وعدد الطلبة المتسربين (انظر الجدول (3)).

بما أن ظاهرة تسرب الطلاب وتركهم للمدرسة هي ظاهرة سلبية في النظام التعليمي، نعتبر أن هذه المخرجة هي مخرجة غير مرغوب بها، بالتالي لدينا نوعين من المخرجات هي عدد الطلبة الناجحين وهي مخرجة مرغوب بها ونسعى لزيادة عددها ولدينا أيضاً عدد الطلبة المتسربين وهي مخرجة غير مرغوب بها ونسعى لتخفيض عددها.

جدول 3. بيانات المحافظات في منظومة التعليم الابتدائي المختارة

المحافظة	المدخلات				المخرجات	
	عدد المدارس	عدد الصفوف	عدد المدرسين	عدد الطلاب	الناجحون	المتسربون
محافظة 1	1505	24328	34232	1044696	153908	3185
محافظة 2	819	12416	21483	591810	83107	2727
محافظة 3	1330	15027	24383	703920	98405	3139
محافظة 4	812	11005	17222	532466	73740	3162
محافظة 5	709	7835	14989	358848	50285	1121
محافظة 6	821	10628	18776	493727	69452	2620
محافظة 7	753	13177	23731	655418	97091	5008
محافظة 8	1290	14488	29014	682520	99976	2886
محافظة 9	319	4012	10534	178654	25467	938
محافظة 10	1493	16581	28649	774807	117781	2163
محافظة 11	148	1879	5136	74125	10794	280
محافظة 12	355	3898	6390	153564	21511	577
محافظة 13	127	1843	3950	77230	10946	65
محافظة 14	1149	20327	28694	1057894	148637	3271

محافظة 15	581	8226	14042	377442	53104	1384
محافظة 16	642	7915	12245	351975	47264	2652
محافظة 17	1095	14697	29318	641019	108622	3069
محافظة 18	844	11012	22039	510856	71575	3223
محافظة 19	991	12179	25327	536491	74770	2459
محافظة 20	669	8324	18693	341291	51357	1001
محافظة 21	305	3188	7234	124518	19400	263
محافظة 22	470	4452	9080	161074	26613	231
محافظة 23	230	1928	2613	65070	7715	474
محافظة 24	144	1080	4281	29175	4334	32
محافظة 25	104	1214	1975	46392	5993	88
محافظة 26	262	2057	3963	57541	8446	94
محافظة 27	118	725	951	16337	2216	23

بتطبيق النماذج الرياضية (8−11) والمعادلة (12)، يمكننا إيجاد قيم الكفاءة الكلية والتقنية للمحافظات المختارة من وجهات النظر الثلاث المتفائلة، المتشائمة، والخطين الحدوديين كما في الجدول (4).

جدول 4. قيم الكفاءة الكلية والتقنية من وجهات النظر المتفائلة، المتشائمة، والخطين الحدوديين

المحافظة	الكفاءة الكلية				الكفاءة التقنية			
	$\theta^*_{\mathrm{CCR-opt}}$	$\theta^*_{\mathrm{CCR-pess}}$	DF_{CCR}	الترتيب	$\theta^*_{\mathrm{BCC-opt}}$	$\theta^*_{\mathrm{BCC-pess}}$	DF_{BCC}	الترتيب
محافظة 1	0.9869	1.0000	0.9358	12	1.0000	1.0000	0.94728	10
محافظة 2	0.9124	1.0154	0.9054	17	0.9198	1.0112	0.91218	17
محافظة 3	0.9188	1.0000	0.9018	19	0.9205	1.0000	0.90751	21
محافظة 4	0.9324	1.0000	0.9086	16	0.9368	1.0000	0.9157	14
محافظة 5	0.8900	1.0317	0.9014	20	0.8965	1.0179	0.90357	22
محافظة 6	0.8944	1.0250	0.9007	21	0.9039	1.0203	0.90836	18
محافظة 7	1.0000	1.0000	0.9424	9	1.0000	1.0000	0.94728	7
محافظة 8	0.9344	1.0000	0.9096	14	0.9358	1.0000	0.9152	15
محافظة 9	0.9061	1.0000	0.8954	22	0.9356	1.0000	0.9151	16
محافظة 10	0.9764	1.0714	0.9622	5	1.0000	1.0000	0.94728	6
محافظة 11	0.9709	1.0618	0.9552	7	0.9913	1.0617	0.97053	4
محافظة 12	0.8821	1.0570	0.9087	15	0.8881	1.0367	0.90774	19
محافظة 13	1.0000	1.1302	1.0000	1	1.0000	1.1009	0.99241	1
محافظة 14	1.0000	1.0000	0.9424	10	1.0000	1.0000	0.94728	11
محافظة 15	0.9059	1.0471	0.9162	13	0.9116	1.0373	0.91977	13
محافظة 16	0.8829	1.0000	0.8838	24	0.8914	1.0000	0.89299	25
محافظة 17	1.0000	1.0558	0.9671	4	1.0000	1.0000	0.94728	8
محافظة 18	0.8804	1.0000	0.8826	25	0.8918	1.0000	0.8932	24
محافظة 19	0.8338	1.0000	0.8593	26	0.8410	1.0000	0.86776	26
محافظة 20	0.8923	1.0039	0.8903	23	0.8932	1.0000	0.89387	23

محافظة 21	0.9411	1.1294	0.9702	3	0.9414	1.1179	0.97069	3
محافظة 22	0.9920	1.0413	0.9567	6	1.0000	1.0000	0.94728	9
محافظة 23	0.7978	1.0000	0.8413	27	0.8170	1.0000	0.85581	27
محافظة 24	0.9874	1.0000	0.9361	11	1.0000	1.0000	0.94728	12
محافظة 25	1.0000	1.0833	0.9792	2	1.0000	1.0724	0.97969	2
محافظة 26	0.9197	1.0000	0.9023	18	0.9209	1.0000	0.90773	20
محافظة 27	1.0000	1.0000	0.9424	8	1.0000	1.0000	0.94728	5
المتوسط	0.9347	1.0279	0.9221		0.9421	1.0176	0.9262	

السطر الأخير يمثل المتوسط الحسابي لقيم الكفاءة الكلية والتقنية من وجهات النظر الثلاث. كما نلاحظ أن أغلب المحافظات تقوم بعمل جيد.

متوسط الكفاءة الكلية والتقنية باستخدام منهجية الخطين الحدوديين هو 0.9221 و0.9262 على الترتيب.

العمودان الخامس والتاسع يوجدان الترتيب للمحافظات استناداً لقيم الكفاءة الكلية والتقنية باستخدام منهجية الخطين الحدوديين.

بالنظر للكفاءة الكلية، المحافظة 13 تأتي أولاً ثم يليها المحافظات 25، 21، 17 و10. بالنسبة للكفاءة التقنية، المحافظة 13 أيضاً تأتي أولاً في الترتيب، يليها المحافظات 25، 21، 17 و11. بينما أسوء المحافظات اداءً في الكفاءة الكلية هي المحافظة 23 يليها المحافظات 19، 18، 16 و20. بالنسبة للأسوأ اداءً في الكفاءة التقنية هي أيضاً المحافظة 23 يليها المحافظات 19، 16، 18 و20.

ميزة منهجية الخطين الحدوديين أنها أكثر تمييزاً من المنهجيتين المتفائلة والمتشائمة من حيث إنها لا تعطي عدداً كبيراً من الوحدات الكفؤة تفاؤلياً أو غير كفؤة تشاؤمياً، على سبيل المثال، بالنظر للعمودين الأول والثاني من الكفاءة الكلية، نجد أن المنهج المتفائل اعتبر أن هناك ست محافظات كفؤة بينما المنهج المتشائم اعتبر أن هناك أربع عشرة محافظة غير كفؤة، بينما منهجية الخطين الحدوديين تعتبر أن المحافظة ذات قيمة الكفاءة العليا هي الأفضل اداءً.

ميزة أخرى لمنهجية الخطين الحدوديين هي أنها تدمج النهجين المتفائل والمتشائم في قالب واحد وتأخذهما بعين الاعتبار عند قياس الكفاءة وبالتالي هي أكثر موضوعية من مجرد اعتماد المنهج المتفائل أو المنهج المتشائم بمفرده.

الاستنتاجات والتوصيات

الطرق التقليدية في تحليل مغلف البيانات تعتمد أن قيم المدخلات والمخرجات هي قيم مرغوب فيها. لكن في العديد من الأمثلة الواقعية في عالمنا تشمل بيانات لمدخلات أو مخرجات غير مرغوب فيها. لمعالجة مثل هذه الحالات وبدون التحيز باستخدام منهج واحد لقياس الكفاءة، المتفائل أو المتشائم، هذا البحث قدم ما يلي:

1) نماذج رياضية جديدة في تحليل مغلف البيانات للتعامل مع وجود قيم غير مرغوب فيها في المدخلات أو المخرجات.
2) ربط معامل هورفيتش بمفهوم الكفاءة لدمج الكفاءتين المتفائلة والمتشائمة في منهجية واحدة هي منهجية الخطين الحدوديين.
3) قياس الكفاءة الكلية والتقنية لنظام التعليم الابتدائي في إحدى منظومات التعليم باستخدام المنهجيات المتفائلة، المتشائمة والخطين الحدوديين لمعالجة حالة تسرب الطلبة التي هي حالة غير مرغوب فيها.
4) منهجية الخطين الحدوديين هي أكثر تمييزاً وفعالية من استخدام المنهج المتفائل أو المتشائم بمفرده.

منهجية الخطين الحدوديين لوحدات اتخاذ القرار التي تملك قيماً غير مرغوب بها في مدخلاتها أو مخرجاتها يمكن أن تطبق في ميادين حياتية كثيرة. كما شاهدنا في مثالنا أعلاه قياس الكفاءة بوجود ظاهرة تسرب الطلبة من المدارس. مثال آخر هو قياس كفاءة القطاعات الصناعية وقطاعات الطاقة بوجود ظاهرة انبعاثات الغازات السامة على سبيل المثال غاز ثاني أوكسيد الكربون وهي قيم لمخرجات غير مرغوب بها ونسعى لتخفيض نسبتها.

مثال ثالث هو قياس كفاءة الأندية الرياضية بوجود خسائر سنوية في بياناتها وهي مخرجات غير مرغوب بها.

5) نوصي بتطبيق الطرق المقترحة في هذا البحث على بيانات المدارس الابتدائية في المحافظات السورية في حال توفرت الاحصائيات اللازمة لعام دراسي واحد.

المراجع

1. Allahyar, M., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2015). Negative data in data envelopment analysis: Efficiency analysis and estimating returns to scale. *Computers & Industrial Engineering*, *82*, 78–81. doi:10.1016/j.cie.2015.01.022
2. An, Q., Yang, M., Chu, J., Wu, J., & Zhu, Q. (2017). Efficiency evaluation of an interactive system by data envelopment analysis approach. *Computers and Industrial Engineering*, *103*, 17–25. doi:10.1016/j.cie.2016.10.010
3. Assani, S., Jiang, J., Assani, A., & Yang, F. (2019). Scale efficiency of China's regional R&D value chain: A double frontier network DEA approach. *Journal of Industrial and Management Optimization*, *In press*.
4. Azizi, H., Kordrostami, S., & Amirteimoori, A. (2015). Slacks-based measures of efficiency in imprecise data envelopment analysis: An approach based on data envelopment analysis with double frontiers. *Computers & Industrial Engineering*, *79*, 42–51. doi:10.1016/j.cie.2014.10.019
5. Badiezadeh, T., Saen, R. F., & Samavati, T. (2018). Assessing sustainability of supply chains by double frontier network DEA: A big data approach. *Computers and Operations Research*, *98*, 284–290. doi:10.1016/j.cor.2017.06.003
6. Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, *30*(9), 1078–1092. doi:10.1287/mnsc.30.9.1078
7. Banker, Rajiv D., & Thrall, R. M. (1992). Estimation of returns to scale using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, *62*(1), 74–84. doi:10.1016/0377-2217(92)90178-C
8. Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, *2*(6), 429–444. doi:10.1016/0377-2217(78)90138-8
9. Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2006). *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*. *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses: With DEA-Solver Software and References*. Boston: Kluwer Academic Publishers. doi:10.1007/0-387-29122-9
10. Emrouznejad, A., Anouze, A. L., & Thanassoulis, E. (2010). A semi-oriented radial measure for measuring the efficiency of decision making units with negative data, using DEA. *European Journal of Operational Research*, *200*(1), 297–304. doi:10.1016/j.ejor.2009.01.001
11. Hurwicz, L. (1951). *Optimality Criteria for Decision Making Under Ignorance*. *Cowles Commission Discussion Paper: Statisctics*. Chicago.
12. Kaffash, S., Kazemi Matin, R., & Tajik, M. (2018). A directional semi-oriented radial DEA measure: an application on financial stability and the efficiency of banks. *Annals of Operations Research*, *264*(1–2), 213–234. doi:10.1007/s10479-017-2719-5
13. Li, F., Liang, L., Li, Y., & Emrouznejad, A. (2018). An alternative approach to decompose the potential gains from mergers. *Journal of the Operational Research Society*, *69*(11), 1793–1802. doi:10.1080/01605682.2017.1409867
14. Li, Y., Lei, X., & Morton, A. (2019). Performance evaluation of nonhomogeneous hospitals: the case of Hong Kong hospitals. *Health Care*

Management Science, *22*(2), 215–228. doi:10.1007/s10729-018-9433-y

15. Pastor, J. T. (1996). Translation invariance in data envelopment analysis: A generalization. *Annals of Operations Research*, *66*(2), 93–102. doi:10.1007/bf02187295

16. Sahoo, B. K., Khoveyni, M., Eslami, R., & Chaudhury, P. (2016). Returns to scale and most productive scale size in DEA with negative data. *European Journal of Operational Research*, *255*(2), 545–558. doi:10.1016/j.ejor.2016.05.065

17. Seiford, L. M., & Zhu, J. (2002). Modeling undesirable factors in efficiency evaluation. *European Journal of Operational Research*, *142*(1), 16–20. doi:10.1016/S0377-2217(01)00293-4

18. Seyedalizadeh Ganji, S. R., Rassafi, A., & Xu, D. L. (2019). A double frontier DEA cross efficiency method aggregated by evidential reasoning approach for measuring road safety performance. *Measurement*, *136*, 668–688. doi:10.1016/j.measurement.2018.12.098

19. Villa, G., & Lozano, S. (2018). Dynamic Network DEA approach to basketball games efficiency. *Journal of the Operational Research Society*, pp. 1738–1750. doi:10.1080/01605682.2017.1409158

20. Wang, Y. M., Chin, K. S., & Yang, J. B. (2007). Measuring the performances of decision-making units using geometric average efficiency. *Journal of the Operational Research Society*, *58*(7), 929–937. doi:10.1057/palgrave.jors.2602205

21. Wang, Ying Ming, & Lan, Y. X. (2013). Estimating most productive scale size with double frontiers data envelopment analysis. *Economic Modelling*, *33*(4), 182–186. doi:10.1016/j.econmod.2013.04.021

22. Wang, Ying Ming, & Yang, J. B. (2007). Measuring the performances of decision-making units using interval efficiencies. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *198*(1), 253–267. doi:10.1016/j.cam.2005.12.025

23. Wanke, P. F., & Barros, C. P. (2015). Public-private partnerships and scale efficiency in Brazilian ports: Evidence from two-stage DEA analysis. *Socio-Economic Planning Sciences*, *51*, 13–22. doi:10.1016/j.seps.2015.06.002

24. *الملخص الإحصائي للتعليم ما قبل الجامعي للعام الدراسي 2015-2016* صفحة 24.

http://emis.gov.eg/Site%20Content/matwaya/2016/matwaya2016.html#p=1

25. *كتاب الإحصاء السنوي للعام الدراسي 2016-2017*، الصفحتين 3 و 27.

http://emis.gov.eg/Site%20Content/book/016017/ebook2017/ch3/ch3.html