

حساب الطواعية المغناطيسية لبعض المعادن القلوية بتابعة درجة الحرارة والكثافة الإلكترونية

الدكتور علي درويشو *

(تاريخ الإيداع 2019/ 6/24. قُبِلَ للنشر في 2019/ 9 / 12)

□ ملخّص □

تسهم الإلكترونات الحرة في الطواعية المغناطيسية للمعادن في درجات الحرارة المنخفضة في الحالة طردية المغنطة (Paramagnetic) إسهاماً فعالاً، وفي هذه الحالة نستطيع تحسين عمل الخلايا الشمسية المصنعة من معدن ما بمعرفة العلاقة بين الطواعية المغناطيسية و الكثافة الإلكترونية للمادة المستخدمة. توصف الخواص المغناطيسية للأجسام الصلبة كمياً بحدود تتعلق بالمغنطة \vec{M} ، التي تعرّف أنها: محصلة العزم المغناطيسي في واحدة الحجم من المادة .

نقوم في هذا البحث بدراسة تحليلية نحسب من خلالها الطواعية المغناطيسية لجملة إلكترونات حرة، اعتماداً على توزع فيرمي-ديراك. ينتج من الحساب أن الطواعية للمواد طردية المغنطة ضعيفة الارتباط بدرجة الحرارة. **الكلمات المفتاحية:** الحالة طردية المغنطة، الخواص المغناطيسية ، الطواعية المغناطيسية، الكثافة الإلكترونية للمادة.

*أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

Calculating the magnetic susceptibility of some metals(Alkalis)depending on temperature and electronic density

Dr. Ali Darwisho*

(Received 24 /6 /2019. Accepted 12/ 9 /2019)

□ ABSTRACT □

Free electrons contribute in effective way to the magnetic susceptibility of metals at low temperatures in the case of the paramagnetic state. Solar cells that manufactured from metal can be develop by understanding the relationship between the magnetic susceptibility and the electronic density of the used material. The magnetic properties of that are the solid objects describe quantitatively with magnitude related with magnets \vec{M} defined as resultant of magnetic moments per unit volume of materials.

In this paper, analytical study in which we calculate magnetic susceptibility of free electrons based on the Fermi-Dirac distribution. The calculation shows that the magnetic susceptibility of the pramagnetic materials has weak dependence on temperature.

Keywords: paramagnetic, magnetic susceptibility, magnetic properties, electronic density.

*Associate Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

مقدمة:

تشكل الأجسام في غالبيتها مواد ضعيفة التمغنط ولكنها تستطيع تطوير مغنطتها عندما توجد في حقل مغناطيسي خارجي . تعرّف العلاقة بين الحقل المغناطيسي الخارجي والمغنطة بالعلاقة الطردية الآتية:

حيث $\vec{M} = \chi \vec{H}$ معامل التناسب χ يسمّى الطواعية المغناطيسية. في الحالة العامة تكون χ عبارة عن تنسور وتصنف المواد من حيث قابليتها المغناطيسية الى ثلاثة أنواع بحسب قيمة χ ، في الحالة $\chi > 0$ تسمى المواد طردية المغنطة (المغناطيسية المسايرة أو paramagnetic) وفي الحالة $\chi < 0$ تسمى بالمواد ذات المغناطيسية المعاكسة (diamagnetic)، أما في الحالة $\chi \gg 1$ تسمى بالمواد الحديدية أو، (ferromagnetic). يبين الجدول (1) تصنيف

المواد بحسب قيمة الطواعية المغناطيسية. [1]

الجدول (1) تصنيف المواد بحسب قيمة الطواعية المغناطيسية

مثال	الطواعية المغناطيسية		المادة المغناطيسية
	المقدار	الإشارة	
المواد العضوية ومواد فوق الناقلية والمعادن مثل Bi	صغيرة - ثابتة	-	Dia
المعادن القلوية-والمعادن النادرة والانتقالية	صغيرة - ثابتة	+	Para
المعادن الانتقالية مثل Fe, Ni, Co الترابية النادرة مثل Gd	كبيرة - تابعة للحقل H	+	Ferro
الاملاح والمحاليل للعناصر الانتقالية MnO	صغيرة - ثابتة	+	Anti-Ferro

نطبق. بسبب Fe^{2+} حقل مغناطيسي خارجي نشوء عزم مغناطيسي إضافي الناتج عن العنصرية 204Fe^{2+} ليس ينتج العزم المغناطيسي الدائم في الجسم من وجود سبين الإلكترون سواء طبقنا حقل مغناطيسي 204Fe^{2+} العزم الكلي . بسبب تطبيق حقل مغناطيسي خارجي نشوء عزم إضافي ناتج عن تأثير الحقل على الحركة المدارية للإلكترون، وهذا العزم يتناسب مع الحقل المطبق.

لحساب المغنطة الكلية توجد عدة طرق درست مفصلاً في كتاب [PATHRIA R.K.]:

أقدم هذه الطرق طريقة باولي-سومرفيلد

[PAULI,CURIE, SOMMERFIELD,.....] تم استعراضها في [2,3] حيث درست في كينتل بطريقة

كلاسيكية ودرست في أبريكوسوف بطريقة كوانتية.

سوف نهتم في حساب المغنطة والطواعية المغناطيسية بالطرق الإحصائية التي تحدد حالة الجملة مجهرياً، كما تحدد هذه الطرق بشكل دقيق ظاهرة التأثير المتبادل بين العزمين السبيني والمداري

($spin - orbit - coupling$... l, s). يأتي قسم من المغنطة من تأثير العزوم النووية التي لن نأخذها في

الحساب في بحثنا الحالي.

تتحرك الإلكترونات الحرة في بعض المعادن بحرية في الشبكة البلورية، وتبعاً لعدد هذه الإلكترونات وحركتها يكون المعدن ناقلاً جيداً أو ضعيفاً للكهرباء. وعلى سبيل المثال إذا اعتبرنا أن كل ذرة تعطي إلكترون حراً واحداً عندئذٍ يوجد حوالي 10^{22} إلكترون حر في السنتمتر المكعب الواحد جاهز لنقل التيار الكهربائي . باستخدام تابع توزع الإلكترونات الحرة هذه وهو تابع توزع فيرمي ديراك نستطيع حل مسألة الناقلية، و إيجاد الطواعية المغناطيسية بتابعية كثافة الإلكترونات ودرجة الحرارة . تتفوق نظرية درود Drud's Theory على غيرها في دراسة هذه المسألة أما إذا استخدمنا توزع ماكسويل بولتزمان (Maxwell-Boltzman distribution function) في الحالة الكلاسيكية لغاز حر فإن بعض الحدود سوف تهمل في الدراسة؛ نظراً لأن هذه الدراسة لا تأخذ بعين الاعتبار مبدأ الاستبعاد لباولي (Pauli exclusion principle) وتبقى الدراسة هذه في إطار نظرية لورنتز (Lorentz's Theory) [4-6].

وفي حالة الجمل الكوانتية حيث نستخدم تابع توزع فيرمي ديراك (Fermi-Dirac distribution) فإن نموذج سومرفيلد (Sommerfield's Theory) يصبح فعالاً لحساب الطواعية المغناطيسية .

نتبع في هذا البحث طريقة مختلفة لتطبيق توزع فيرمي ديراك لحساب الطواعية المغناطيسية في المعادن عند درجات الحرارة المنخفضة؛ تعتمد استخدام الطرق الإحصائية بدلاً من الطرق التقريبية التي تعتمد نشر تابع المغنطة بسلسلة تايلور بجوار سطح فيرمي . نستنتج من هذا الحساب صيغة للطواعية الطردية Paramagnetic susceptibility للمعادن القلوية بشكل خاص ثم نقارن النتائج مع ما توفر لدينا من بحوث سابقة و تجارب نظرية أو تجريبية سابقة [7-10].

تعدّ نظرية الإلكترون الحر مرجعاً مثالياً، نقارن حساباتنا الحالية مع هذه النظرية الكلاسيكية التي تعطي علاقة الطواعية المغناطيسية للمواد طردية المغنطة بتابعية درجة الحرارة كما يلي:

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{N\mu_B^2}{K_B T} \quad (1)$$

وهو قانون كوري Curie's Law

في العلاقة (1)، M هي المغنطة، H الحقل المغناطيسي، N العدد الكلي للإلكترونات الحرة، μ_B مغنتون بور magneton Bohr، K_B ثابت بولتزمان، T درجة الحرارة المطلقة.

تبين العلاقة (1) تابعة الطواعية الطردية لدرجة الحرارة وهي علاقة تتناسب فيها χ عكساً مع T .

أكد باولي Pauli لاحقاً أن هذه العلاقة تأخذ شكلاً آخر /إن/ أخذنا الآثار الكوانتية بعين الاعتبار ، حيث وجد باولي أن العلاقة (1) تصبح :

$$\chi = \frac{3}{2} \frac{N\mu_B^2}{K_B T_F} \quad (2)$$

حيث T_F درجة حرارة فيرمي

2- أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية هذا البحث في أنه يعطي طريقة إحصائية تعتمد على توزع فيرمي ديراك لإيجاد الطواعية المغناطيسية. هذه الطريقة هي طريقة شبه كوانتية كون توزع الإلكترونات يخضع لتوزع فيرمي - ديراك وهو توزع كوانتي يأخذ في الحسبان سبين الجسيم الذي يجب أن يكون عدداً صحيحاً من $\frac{\hbar}{2}$. تربط الطريقة الإحصائية المستخدمة بين الحساب الكلاسيكي والحساب وفق نظرية الحقل للطواعية المغناطيسية.

3- طرائق البحث ومواده:

نحسب في بحثنا هنا الطواعية الطردية للمعادن باستخدام طريقة مؤثر الفيرميونات باعتبارها هزازات توافقية تحقق العلاقات التبادلية المعروفة في ميكانيك الكم، وهي مؤثرات الخلق والإفناء للجسيمات وتأثيرها على التتابع الموجية أو توابع التوزع يعطي مفهوماً احتمالياً، اعتمدنا في بحثنا الرموز المستخدمة في [4] وهي تأخذ الصيغ الآتية [3,8-9]:

$$\widehat{b}^+ \widehat{b} = \{ \widehat{N} \} \quad (3)$$

$$\widehat{b} \widehat{b}^+ + q \widehat{b}^+ \widehat{b} = q^{-\widehat{N}}$$

$$\widehat{b} \widehat{b}^+ = \{ \widehat{N} + 1 \}$$

حيث: $\widehat{b}, \widehat{b}^+$ مؤثرات الخلق والإفناء المعروفة في ميكانيك الكم وهي تعطي عدد الجسيمات في الحالة الكوانتية المدروسة كما أن تطبيقها منفردة يزيد أو ينقص عدد الجسيمات بمقدار الواحد. أما \widehat{N} فهو مؤثر العدد الكلي للجسيمات في الجملة.

حيث يكون التغير في عدد الفيرميونات وفق هذه الصيغة معطى بالعلاقة الآتية:

$$\{N\}_q = \frac{q^{-n} - (-1)^n q^n}{q + q^{-1}} \quad (4)$$

حيث q معامل الشوه (الترجح) في عدد حوامل الشحنة التي تساهم في الناقلية، أما في الحالة العامة تكون القيمة الوسطى لمؤثر (\widehat{F}) في الفيزياء الإحصائية كما يلي:

$$\langle \widehat{F} \rangle = \frac{Tr(\exp\{-\beta(\widehat{H} - \mu\widehat{N})\} \cdot \widehat{F})}{Tr(\exp\{-\beta(\widehat{H} - \mu\widehat{N})\})} \quad (5)$$

حيث μ هي الكمون الكيميائي، \widehat{H} مؤثر الهاملتوني للجملة و $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ، Tr أثر مصفوفة مؤثر (trace).

نحسب متوسط عدد الجسيمات المتماثلة الطاقة من العلاقة (5) كما يلي:

$$\langle \widehat{N} \rangle = \frac{Tr(\exp\{-\beta(\widehat{H} - \mu\widehat{N})\} \cdot \widehat{N})}{Tr(\exp\{-\beta(\widehat{H} - \mu\widehat{N})\})} \quad (6)$$

يعطى الحساب بالتفصيل كما يلي:

$$\begin{aligned} Tr(\exp\{-\beta(\widehat{H} - \mu\widehat{N})\} \cdot \widehat{N}) &= \sum_{n=0}^{\infty} \langle n | e^{-\beta(\varepsilon - \mu)\widehat{N}} \{ \widehat{N} \} | n \rangle \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \langle n | e^{-\beta(\varepsilon - \mu)n} \{n\} | n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(\varepsilon - \mu)n} \{n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(\varepsilon - \mu)n} \cdot \frac{q^{-n} - (-1)^n q^n}{q + q^{-1}} \\ &= \frac{e^{-\beta(\varepsilon - \mu)}}{1 + (q - q^{-1})e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} - e^{-2\beta(\varepsilon - \mu)}} \end{aligned} \quad (7)$$

من جهة ثانية:

$$Tr(\exp\{-\beta(\widehat{H} - \mu\widehat{N})\}) = \sum_{n=0}^{\infty} \langle n | e^{-\beta(\varepsilon - \mu)\widehat{N}} | n \rangle$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \langle n | e^{-\beta(\varepsilon-\mu)n} | n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(\varepsilon-\mu)n}$$

$$= \frac{1}{1 - e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}} \quad (8)$$

بتعويض (8) و (7) في (6) نحصل على عدد الجسيمات الوسطي :

$$\bar{n}(\varepsilon) = f(\varepsilon) = \frac{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1}{e^{2\beta(\varepsilon-\mu)} + (q - q^{-1})e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1} \quad (9)$$

و بأخذ الأفعال الكوانتية في الحساب (هذا يعني تطبيق توزيع فيرمي-ديراك على الجملة المدروسة) فإن كثافة الجسيمات تتبع درجة الحرارة و تتبع الطاقة وبالتالي سوف نعيد كتابة (9) كما يلي :

$$f(\varepsilon, T) \cdot D(\varepsilon) = \frac{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1}{e^{2\beta(\varepsilon-\mu)} + (q - q^{-1})e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1} \cdot \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

حيث $D(\varepsilon)$ كثافة الحالات الطاقية في فراغ الطور $[PATHRIA]$. عند تطبيق حقل مغناطيسي على جملة الفيرميونات يتغير تموضعها في فراغ الطور تحت تأثير الحقل المغناطيسي (فهي جسيمات مشحونة) بحسب سبين (عزم اللف الذاتي لها عدد صحيح من $\frac{\hbar}{2}$) فهي تنقسم إلى مجموعتين إحداها تملك عزوم سبينية للأعلى و الأخرى عزوم سبينية للأسفل .

وتصبح محصلة المغنطة بعد هذا التغيير :

$$M = (N_+ - N_-)\mu_B \quad (11)$$

حيث :

$$\left. \begin{aligned} N_+ &= \frac{1}{2} \int_{-\mu_B H}^{\varepsilon_F} d\varepsilon f(\varepsilon, T) D(\varepsilon + \mu_B H) = \frac{1}{2} M_1 \\ N_- &= \frac{1}{2} \int_{+\mu_B H}^{\varepsilon_F} d\varepsilon f(\varepsilon, T) D(\varepsilon - \mu_B H) = \frac{1}{2} M_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

بتعويض (12) في (11) نحصل على المغنطة للجملة:

$$M = \frac{1}{2} (M_1 - M_2)\mu_B \quad (13)$$

حيث

$$M_1 = \int_{-\mu_B H}^{\varepsilon_F} d\varepsilon f(\varepsilon, T) D(\varepsilon - \mu_B H)$$

$$= \int_{-\mu_B H}^{\varepsilon_F} \frac{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{K_B T}} - 1}{e^{2\frac{\varepsilon-\mu}{K_B T}} + (q - q^{-1})e^{\frac{\varepsilon-\mu}{K_B T}} - 1} \cdot \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot (\varepsilon + \mu_B H)^{\frac{1}{2}} d\varepsilon$$

$$M_2 = \int_{\mu_B H}^{\varepsilon_F} \frac{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{K_B T}} - 1}{e^{2\frac{\varepsilon-\mu}{K_B T}} + (q - q^{-1})e^{\frac{\varepsilon-\mu}{K_B T}} - 1} \cdot \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot (\varepsilon - \mu_B H)^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \quad (14)$$

يمكن حساب التكاملات في (14) بالطرق التقريبية المعروفة حيث:

$$M_1 = \alpha \frac{2}{3} \varepsilon_F^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{3\mu_B H}{2\varepsilon_F} \right) + \alpha \varepsilon_F^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1\mu_B H}{2\varepsilon_F} \right) \cdot F(q) (K_B T)^2 \quad (15)$$

$$M_2 = \alpha \frac{2}{3} \varepsilon_F^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3\mu_B H}{2\varepsilon_F}\right) + \alpha \varepsilon_F^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1\mu_B H}{2\varepsilon_F}\right) \cdot F(q) (K_B T)^2$$

حيث وضعنا : $\alpha = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}$

$$F(q) = \frac{1}{q^2 + 1} \left[q(q-1) \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(q)^K}{K^2} + (1+q) \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(-q)^K}{K^2} - q \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(q)^K}{K^3} + \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(-q)^K}{K^3} \right] \quad (16)$$

من العلاقات (11) و (15) نحصل على الصيغة الآتية للمغنتية [10-12]:

$$M = \alpha \varepsilon_F^{\frac{1}{2}} \mu_B^2 H - \frac{1}{2} \frac{\mu_B^2}{\varepsilon_F^{\frac{3}{2}}} \alpha \varepsilon_F^{-\frac{1}{2}} H F(q) (K_B T)^2 \quad (17)$$

ونصبح الطوعية المغناطيسية كتابع لدرجة الحرارة والطاقة

$$\chi = \frac{M}{H} = \alpha \varepsilon_F^{\frac{3}{2}} \mu_B^2 - \frac{\mu_B^2}{2\varepsilon_F^{\frac{3}{2}}} \alpha \varepsilon_F^{-\frac{1}{2}} \cdot F(q) \cdot (K_B T)^2 \quad (18)$$

هنا وضعنا:

$$N = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2m \varepsilon_F}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$; \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{\frac{2}{3}}$$

تنتج جميع هذه المعاملات من حل معادلة شرودينجر وفق نظرية الإلكترون الحر.

يمكننا إعادة كتابة العلاقة (18) بشكل نهائي بعد تبسيطها على الشكل الآتي:

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{3N\mu_B^2}{2\varepsilon_F} - \frac{3N\mu_B^2}{4\varepsilon_F^3} F(q) (K_B T)^2 \quad (19)$$

4- النتائج والمناقشة:

يوضح الجدول (2) قيم طاقة فيرمي والمعامل $F(q)$ لبعض المعادن القلوية. يمثل المعامل $F(q)$ تابع التشوه لتوزيع حوامل الشحنة بالقرب من سطح فيرمي.

الجدول (2) قيم طاقة فيرمي والمعامل $F(q)$ لبعض المعادن.

المعدن	Cs	K	Na	Rb	Ba
$\varepsilon_F (eV)$	1.58	2.12	3.23	1.85	3.65
$F(q)$	1.17585	1.02554	1.03666	1.03695	2.29199

يبين الجدول (3) مقارنة نتائجنا النظرية التي تتفق مع النتائج التجريبية التي توصل إليها (DANG MONG)

[13,14] (and DAVID LIDE

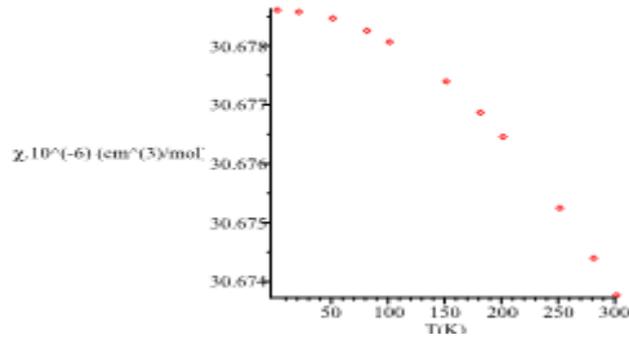
الجدول (3) مقارنة النتائج النظرية مع النتائج التجريبية.

المعدن	Cs	K	Na	Rb	Ba
$\chi_{exp} * 10^{-6} . cm^3 . mol^{-1}$	29	20.8	16	17	20.6
$\chi_{Theor} . cm^3 . mol^{-1}$	30.67	22.86	15	16.21	21.86

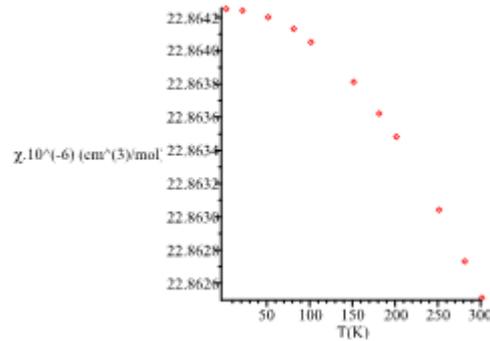
عند درجة الحرارة $T = 0K$ فإن العلاقة التي توصلنا إليها (19) تقود إلى النتيجة التي توصل إليها باولي من أجل الإلكترون الحر والتي تعطى بالعلاقة الآتية :

$$\chi_{Pauli} = \frac{3 N \mu_B^2}{2 K_B T_F} \quad (20)$$

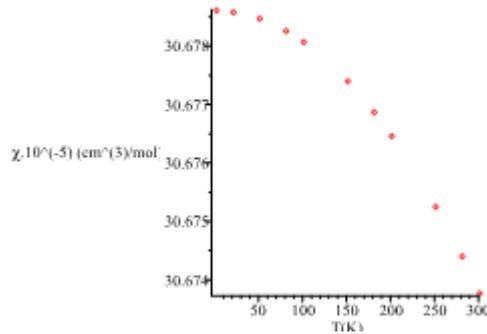
تمثل الأشكال الآتية العلاقة (20) لبعض المعادن، وهي مأخوذة من [13-15]. هذه الأشكال تتفق مع العلاقة النظرية (20) بعد اعتبار معامل التشوه مساوياً للصفر.



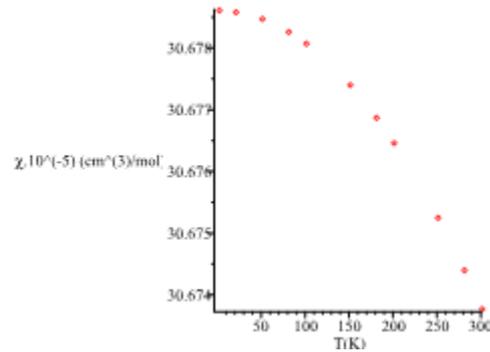
الشكل (1) : حساب الطواعية المغناطيسية بتابعة درجة الحرارة لمعدن السيزيوم.



الشكل (2): الطواعية المغناطيسية لمعدن البوتاسيوم بتابعة درجة الحرارة.

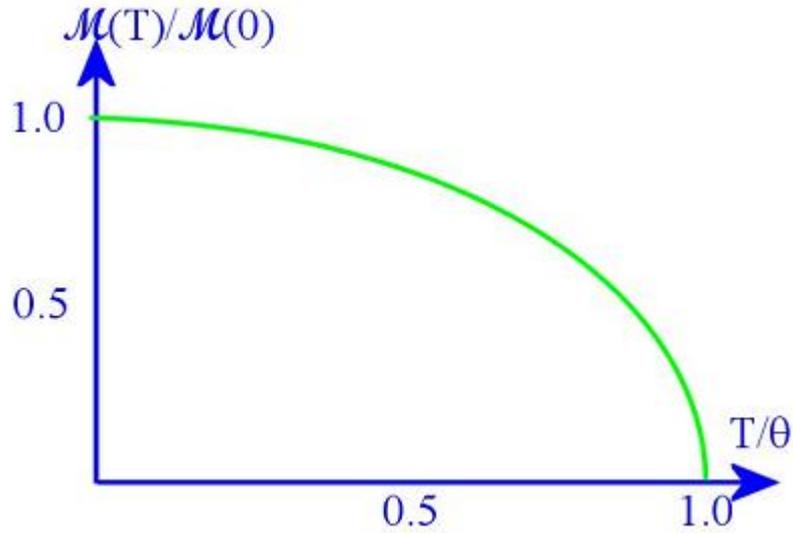


الشكل (3): منحنى الطواعية المغناطيسية لمعدن الصوديوم بتابعة درجة الحرارة.



الشكل (4): الطواعية المغناطيسية لمعدن الربيديوم.

تعطى علاقة المغنطة بتابعة درجة الحرارة كلاسيكياً وفق الشكل الآتي [3,13,15]:



الشكل (5): تغير المغنطة بتابعة درجة الحرارة وفق علاقة كوري. θ , CURIE, temperature.

لتفسير هذه المنحنيات واختلافها عن الشكل التقليدي لها يكمن في أننا نحسب المغنطة بتابعة درجات الحرارة تحت درجة حرارة كوري، وهي تتبع العلاقة (9) حيث يدخل تابع لانجفين في هذه الحالة [3]؛ إذ تظهر المنحنيات أعلاه لمغنطة الإشباع كتابع لدرجة الحرارة تحت درجة كوري.

5- الاستنتاجات والتوصيات:

جرى في هذه الدراسة حساب الطواعية المغناطيسية بتابعة درجة الحرارة والطاقة، وهي إسهام الإلكترونات الحرة في المغنطة، ولكن عند درجات الحرارة المنخفضة تظهر الطواعية استقلالاً عن درجة الحرارة، وهذه نتيجة كان قد

توصل إليها باولي. بالمقارنة مع التجربة نجد أن منحنى المغنطة يعاني تشوهاً عما هو عليه في الدراسة النظرية ، كما تظهر هذه الدراسة دقة أكثر من العلاقة المحسوبة من قبل باولي [10,12] . لأنه بازياد درجة الحرارة يقود إلى نقصان الطواعية الطردية . يمكن حساب العلاقة التي توصل إليها باولي من العلاقة التي توصلنا إليها أي العلاقة (19) بإهمال الحد ؛ $F(q)$ علماً أن هذا المعامل يظهر أن الطواعية المسايرة ضعيفة التأثير بدرجة الحرارة بجوار الصفر المطلق وتؤول العلاقة (19) الى العلاقة التقليدية (20). تبين العلاقة (19) أيضاً أنه بالإمكان حساب الطواعية المغناطيسية بشكل أسهل مما هو عليه في نظرية باولي. إن أهمية العامل $F(q)$ تظهر بمقارنة النتائج النظرية والتجريبية . تظهر النتائج هذه تحسن قيم إسهام الإلكترونات في الطواعية الطردية . كما تبين هذه النتائج توافقاً أفضل عند استخدام المعامل نظرياً في الحسابات التجريبية.

References:

- [1] VV VAN HUNG; *DUNG DAI PhvonG* Pro.Not.Theor.Phys.37, PP. 206-213 (2012).
- [2]- A. A. Abrikosov , L. P. Gorkov and I. E. Dzualoshinskii, *Methods of Quantum Theory field in statistical Physics*, Moskow (1962) .
- [3]- C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 6th Ed., J. Wiley-Sons Lac (1996) .
- [4]- Luu Thi Kim Thanh, *Ageneral version of deformed multimode oscillators*, Comm. In Phys. 8 No.4 (1998) .
- [5]- Tables de Constantes et Donn.es Num.rique, Volum 7, *Relaxation Paramagnetique*, Masson, Paris, (1957) .
- [6]- R. E. Peierls, *Quantum theory of solid*, Clarendon Press, Oxford (1995) .
- [7]- D. V. Duc, L.T.K.Thanh, *On the q- deformed multimode oscillators*, Comm. In Phys. TNo 1.2 (1997) .
- [8]- D. V. Duc, *Generalized q deformed oscillators and their statistics*, Preprint ENSLAPP A 494/94, (1994) Annecy France .p
- [9]- Landolt-B.rnstein, *Numerical Data and functional Relationships in Science and Techenology*, New Series, II/16, *Diamagnetic Susceptibilit Springer-Verlag*, Heidelberg, (1986) .
- [10]- PATHRIA,R.K. *Statistical mechanics.third edition,ELSEVIR,pages205-210(2011)*.
- [11]- COEY J.M.D.,Magnetism and magnetic materials,WWW.cambridge.org/chapter3p.78(2009).
- [12]- LNGEVIN Theory chapter 4 page 126,BRILLOUN Theory chapter4 0123,PAULI Susceptibility chapter 3 page 97.
- [13]- DANG M. L., TRAN H.,*Introduction to solid state physics* ,NXB KHKT(1984)pages40-60.
- [14]- DAVID R.Lide,*Handbook of chemistry and physics 78Edition (1997-1998)pages20and44*.
- [15]- ROSSLER U.,*solid state physics theory,Physica-Verlag (2009)Springer-Berlin* ,page80.