

## الاستقرار الميكانيكي للبروز المشوه على سطح البلورات

د. علي محمد محمود\*

(تاريخ الإيداع 2019/ 11/27. قُبِلَ للنشر في 2019/ 12 / 22)

### □ ملخّص □

أُجريت دراسة البروز المشوه عن طريق دور الاستقرار الميكانيكي عند حمولات مختلفة على سطح البلورات، ووجدنا أن البروز يترافق مع توزيع الضغط. حيث تُعدُّ بعض أنواع الثنيات الدورية التي تحدث على سطح البلورات في ظروف التحميل المختلفة، بمثابة مظهر من مظاهر عدم الاستقرار المرن. على سبيل المثال، في لوحة تقويم العظام عند تأثير حمل متدرج ومستمر يظهر وجود حلين لمشكلة عدم الاستقرار المرن: يصف الحل الأول تموجات على السطح، والثاني يوافق الثنيات المتعلقة بسماكة اللوحة.

---

\* أستاذ مساعد في قسم العلوم الأساسية – كلية الهندسة التقنية جامعة طرطوس.

## Mechanical stability of deformed protrusion on the surface of crystals

Dr. Ali Mahmoud\*

(Received 27/11 /2019. Accepted 22/ 12 /2019)

### □ ABSTRACT □

The deformed protrusion was studied by the role of mechanical stability at different loads on the surface of the crystals and we found that the protrusion is associated with the distribution of pressure. Some kinds of periodic folded relief, occurring on crystal surfaces under various loading conditions, are considered as the manifestation of elastic instability. On the example of orthotropic plate under the action of the loading with constant gradient. The existence of two solutions to the problem of elastic instability shown. The first solution describing ripples on the surface and the second one corresponding to folds with the period of the order of plate thickness.

---

\* assistant Professor, Department of Basic Sciences, Faculty of Technology Engineering, Tartous university .

## مقدمة

عند تأثير حمولات محددة على سطح البلورات تنشأ ثنيات دورية في البروز، يتغير طول موجة البروز من 1 نانومتر إلى عدة ميكرومترات، وعندها تُسمى تجاعيد أو أخاديد وقد تصل قيمها في بعض الأحيان إلى مرتبة الملي متر، عندئذ تسمى تموجات.

تحتل مسألة البروزات المشوهة مكاناً مهماً في فيزياء الجسم الصلب والشرائح متعددة البلورات، كما أن النتائج التجريبية للبحوث المتعلقة بالصفائح المرنة والدورية التشوه تدل أنه على السطح المشوه المختار كنموذج، وعند شروط محددة للحمولة ينشأ بروز متكرر. هذا البروز المشوه الشكل يولد كما هو معروف شقوقاً متجددة في المواد. هذا يؤدي إلى تصدع السطح جزئياً. ولكن حتى في هذه الحالات عندما يحافظ النموذج على الشكل الميكانيكي فإنه بعد تشكل البروز، الشكل المموج للسطح يؤثر على مختلف خواص المواد، وبالتحديد تسوء الانعكاسية وقدرة حيود الأشعة السينية. ظهور البروز المشوه على السطوح المنحنية درس في الأعمال [6-1] وذلك على المعادن (الألمنيوم، توتياء، الحديد السيليكوني). وكذلك على البلورات المؤينة (ملح حجري، بروم، بوتاسيوم) ولوحظ أن البروز المشوه يأخذ شكل تدرج دوري (مجعد) بطول موجة من مرتبة ملي متر وعند زيادة الحمولات المتكررة يزداد عدد التجاعيد بشكل متناسب مع انخفاض طول الموجة، أما السعة فتزداد.

جرى اكتشاف الشكل المماثل لهذا البروز في حالة الإشعاع الإلكتروني للسطوح [7,8] وقد لوحظ سطح الثنيات الموجبة المتشكلة مغطى بدوره بثنيات أخرى أصغر ومن مرتبة الميكرومتر. كما لوحظ أن الشقوق تلعب دوراً كبيراً في انهيار المادة وخاصة في حالة البروز المشابه للأخاديد. أما في [9] تمت الدراسة على سطح الانحناءات لعدة مواد.

تتشكل الشقوق عن التمدد والتقلص على حد سواء، لذلك وفقاً لمستوى الحمولة، طول موجة البروز يتغير من 10 nm حتى 10µm انطلاقاً من حمولة منخفضة للوصول إلى حمولة عالية. وقد تبين أن الشق الرئيسي ينتشر كما هو معروف بشكل متعامد مع التصدعات علماً أن طول الأمواج الأخيرة في حدها الأعظمي عند قمة التشقق وتقل عند الابتعاد عن القمة. كما في الحالة السابقة، أكبر التصدعات يمكن أن تغطي بتصدعات صغيرة جداً. لتوضيح نشوء التجاعيد تم اقتراح عدد كبير من المخططات والنماذج الواضحة والمبنية عموماً على أساس انزياح ميكانيكي، وللإيضاح يفترض أن الشقوق تنشأ بنتيجة انزلاق في مختلف مستويات الشبكة البلورية، أما التجاعيد فتنشأ في قمة الشقوق المنتشرة.

ومن اللافت للانتباه أنه لا توجد أعمال مكرسة لتوضيح ظاهرة الثنيات الميكروية على السطوح بغياب التشققات.

استخدمت فرضية تعدد أن التجعيدات على سطح أجزاء الآلات تنشأ نتيجة فقدان استقرار الطبقة السطحية الرقيقة للمادة [10]، وجرى دراسة سلوك قضيب رفيع مثبت في فراغ جزئي نصف مر. حيث تبين أن الشكل المستقيم للقضيب يبدو غير مستقر وينحني وفق عدد مساوٍ لنصف طول الموجة. وتم الحصول على نصف طول موجة البروز الناتج عند الضغط

$$\Lambda = \frac{\pi \sqrt[3]{9}}{3} H \sqrt[3]{\frac{E_c}{E}}$$

$$\sigma_{kp} = \frac{\sqrt[3]{9}}{4} E \sqrt[3]{\frac{E_c}{E}}$$

وقيمة الحمولة الحدية،  $H$  سماكة القضيب،  $E$  و  $E_c$  معامل يونغ للقضيب ومادة الفراغ الجزئي على الترتيب.

ليس من الصعب ملاحظة أنه عند انتقال القضيب أو تحوله إلى شريحة ( $E_c \ll E$ ) تكون الحمولة الحدية لمعظم المواد أكبر من حد المتانة أو تتطابق معه، علاوة على ذلك عدم ارتباط  $\sigma_{kp}$  بطول القضيب وسماكته يدل على نقص في النموذج المستخدم. وقد جرت دراسة القيمة الحدية لـ  $\Lambda$  و  $\sigma_{kp}$  عند غياب أو الطبقة العليا للقضيب فقداها [11].

ندرس البروزات الحالية في هذا العمل لإظهار مفايد الاستقرار الميكانيكي. على سبيل المثال عند دراسة الصفيحة المثلثة (صفيحة تحتوي على ثلاثة مستويات تناظر) والمثنية بتأثير حمولة ذات تدرج ثابت. وسنقوم بحل مسألة الاستقرار المختلفة الارتباط، وجزأنا العمل إلى جزئين.

الجزء الأول يصف النموذج الخفيف على السطح ( $H; H \gg \Lambda$  - سماكة الصفيحة) حيث رمزنا  $\Lambda$  نصف طول موجة البروز الناتج عن الضغط والتي تزداد بزيادة الضغط، ويهمل الحل في حالة التساوي، أما إذا قورنت هذه الحالة مع الأخاديد فيمكن تفسيرها.

أما الجزء الثاني من الحل فيؤخذ عندما  $\Lambda$  من مرتبة سماكة أو طول الصفيحة المدروسة حيث نلاحظ أنه عند زيادة الضغط بشكل كبير تصغر  $\Lambda$  وهذا يوافق النموذج أو التضلع.

### هدف البحث:

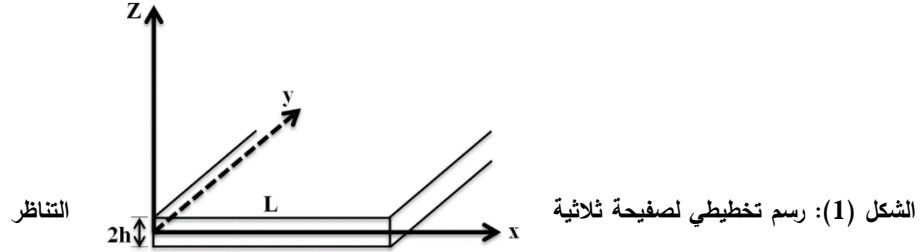
يهدف البحث إلى تبيان أن كل أشكال البروزات المبينة أعلاه تحصل نتيجة فقدان الاستقرار الميكانيكي في البلورات عند تأثير حمولات غير متجانسة على السماكة.

### أهمية البحث:

دراسة دور التشققات في حيود الأشعة السينية ودور الاستقرار الميكانيكي في الخصائص الفيزيائية للبلورات.

### النتائج والمناقشة:

النموذج الموصوف لاحقاً يطابق بلورة في جملة بشكل معين وكحالة خاصة بلورة مكعبة. سندرس صفيحة مستطيلة الشكل من مادة تقويمية ذات محاور تناظر مرنة ومتوازية الاتجاهات، نختر جملة إحداثيات متعامدة كما هو واضح في الشكل (1) حيث (المستوي  $xy$  للجملة المدوسة لمستوي في الوسط بالنسبة إلى الصفيحة)، حيث  $L$  طول الصفيحة،  $2h$  سماكة الصفيحة، المحور  $x$  عمودي على السطح الجانبي وتؤثر على الصفيحة ضغوط موزعة وفق القانون:



$$P = P_0 \frac{Z}{h}$$

أما على السطوح  $Z = \pm h$  فلا تؤثر أية قوى خارجية

توصف حالة التوتر للصفحة (عند إهمال قوى التبادل) بالمعادلة:

$$\sigma_{xx}^0 = -P, \sigma_{zz}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{xz}^0 = \sigma_{xy}^0 = \sigma_{yz}^0 = 0 \quad (1)$$

حيث  $\sigma_{ij}^0$  تمثل تتسور الشدة.

عند دراسة استقرار الحالة الموصوفة في المعادلة (1) ننتقل من الحالة اللا خطية لنظرية المرنة، وعندها

ندخل حدود الاضطراب كما في [12] التي تأخذ الشكل:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{j k}^0 \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \quad (2)$$

حيث  $\sigma_{ij}$  تمثل تتسور اضطراب الشدة.

$u(x_1)$  تمثل اضطراب حقل الإزاحة.

$\rho$  تمثل الكثافة.

لنبحث عن حل للمعادلة (2) من الشكل  $u_i = w_i(x, z) e^{st}$

حيث  $s$  تمثل مؤثراً متعلقاً بالانتقال أو الإزاحة.

$T$  الزمن.

وفقاً للمعايير الحركية للاستقرار، الحالة (1) تكون مستقرة عندما  $R_e S \leq 0$ ، وعند زيادة الضغط  $P$  فإن

المؤشر  $S$  يمكن أن ينتقل إلى الجهة اليمنى من نصف المستوي و الحالة الموافقة للمعادلة (1) تصبح غير مستقرة.

وقيمة  $P_k$  كما هي عندما  $P < P_k$  و  $R_e S > 0$  تعدّ حدية.

من الملاحظ عند وضع شروط على الضغط، على سبيل المثال في حال الحمولة الخارجية، أن الكمون أو عمل

القوى الخارجية عند حدوث انتقال يساوي الصفر. والمؤشر  $S$  ينتقل إلى نصف المستوي الأيمن عبر مبدأ الإحداثيات.

في هذه الحالة يصبح معيار أولر للاستقرار، الذي يمكن تلخيصه بحدوث عدم الاستقرار عند  $P > P_0$  حيث

$P_0$  يمثل الضغط عند حدوث حالة ثنائية التوازن، أي يمكن أن يحدث حالتي توازن.

في هذه الحالة، عند الاقتصار على حمولة خارجية، ستتحقق كلتا الحالتين؛ لذلك يفهم عدم الاستقرار لاحقاً وفق معنى أولر على أنه يوجد حلين مختلفين لمعادلة التوازن عند تطبيق شروط حدية. في حالة التشوهات الصغيرة نجد أن  $\sigma_{ij}$  و  $u_i$  مرتبطين بقانون هوك لصفحة تقويمية مرنة وفق:

$$\sigma_{xx} = \lambda_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial v}{\partial z}, \sigma_{zz} = \lambda_2 \frac{\partial u}{\partial dx} + \lambda_3 \frac{\partial v}{\partial z} \quad (3)$$

$$\sigma_{xz} = \lambda_4 \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

للسهولة هنا اعتبرنا أن

$$u(x, z) = u_x, \quad v(x, z) = u_2 \\ \lambda_1 = \lambda_{xxxx}, \quad \lambda_2 = \lambda_{xxzz}, \quad \lambda_3 = \lambda_{zzzz}, \quad \lambda_4 = \lambda_{xzzz}$$

حيث  $\lambda_{ij\alpha B}$  تمثل معاملات المرونة.

بعد تعويض (1) و (3) في (2) نحصل على معادلات التوازن

$$\left( \begin{array}{l} \lambda_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda_4 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (\lambda_2 + \lambda_4) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} - P \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \\ \lambda_3 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \lambda_4 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda_2 + \lambda_4) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} - P \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \end{array} \right) \quad (4)$$

من السهل تبيان أن الشروط الخطية في التوتر والمطبقة على سطح غير مضطرب يأخذ الشكل الآتي:

$$\sigma_{zz} = 0, \quad \sigma_{xz} = -P \frac{\partial v}{\partial x}, Z = \pm h \quad (5)$$

أما في نهاية الصفحات عندما  $x = 0, L$  فإن الشروط الحدية تأخذ الشكل:

$$\sigma_{xx} = 0, \quad \sigma_{xz} = 0 \quad (6)$$

لتسهيل الحسابات سنعتبر أن  $\sigma_{xx}$  عندما  $x = 0, L$  تحقق بعض الشروط غير الصفيرية. لذلك فإذا رمزنا بـ  $u_0$  للحل العادي لهذه المسألة (عدم تغير الشكل المستوي بجوانب السطح  $Z = \pm h$ )، فإن عدم استقرار الحالة (1) تعني وجود الحل  $u$  والمختلف عن  $u_0$ .

لكي نتأكد من أنه يكفي إيجاد الحل  $u_1 = u - u_0 \neq 0$  والذي يحقق الشرط الحدي رقم (6).

نبحث عن الحل الخاص للمسألة من الشكل:

$$\left( \begin{array}{l} u(x, z) = f(\gamma, z) \sin \gamma x \\ v(x, z) = g(\gamma, z) \cos \gamma x \end{array} \right) \quad (7)$$

حيث  $\gamma = \pi k/L$ ، حيث  $k$  بارامتر موجب صحيح.

نلاحظ أنه عند تحديد  $f, g$  فإن (7) يحقق (4) و (5) لذلك نضع (7) في (4) ونحذف التابع  $f$

ف نجد من أجل أن:

$$g = \zeta \equiv \gamma z \\ g'''' + \varepsilon g'''' - (2 + \omega)g'' + \varepsilon \theta g' + (1 + \Delta)(1 + \varepsilon^2)g \\ + \varepsilon(1 + \Delta)\zeta \left[ \left(1 + \frac{\lambda_3}{\lambda_4}\right)g'' - \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_4}\right)g \right] = 0 \quad (8)$$

نلاحظ أنه بعد اهمال الحدود الصغيرة الحاوية على  $P^2$  و  $PP'$  واعتبار أن

$$\zeta_0 = \gamma h, \quad \varepsilon = \frac{P_0}{\lambda_1 \eta_0}, \quad z + \omega = \frac{\lambda_1 \lambda_3 - z \lambda_2 \lambda_4 - \lambda_2^2}{\lambda_3 \lambda_4}$$

$$\theta = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \left( z - \frac{\lambda_4}{\lambda_1} + \frac{(\lambda_2 + \lambda_4)^2}{\lambda_1 \lambda_4} \right), \quad 1 + \Delta = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \quad (9)$$

وذلك من أجل صفيحة ذات تناظر مكعبي بلوري للجملة  $\Delta = 0$ ، نحصل على خواص منتهية إلى الصفر أو إلى  $\omega$ .

إن الحدين الأخيرين في العلاقة (8) يحويان على  $\zeta$  ومعاملاتها من مرتبة  $1 \ll \frac{P_0}{\lambda_1}$ ، لذلك الحل التقريبي للمعادلة نجده من الشكل:

$g = g_0 + g_1$  حيث  $g_0$  الحل العام للمعادلة بدون الحدود المذكورة أعلاه، أما  $g_1$  الحل الخاص للمعادلة غير المتجانسة، وعندها نجد  $g$  من الشكل:

$$g(\zeta) = \sum_{i=1}^u B_i e^{-\alpha_i \zeta} [1 + \partial_i \zeta (\zeta - C_i)] \quad (10)$$

حيث  $B_i$  ثوابت، أما  $\alpha_i$  جذور للمعادلة الآتية:

$$\alpha^4 + \varepsilon \alpha^3 - (2 + \omega) \alpha^2 + \varepsilon \theta \alpha + (1 + \Delta)(1 + \varepsilon^2) = 0$$

$$C_i = \frac{4\alpha_i^2 - 2 - \omega}{\alpha_i(z\alpha_i^2 - 2 - \omega)}, \quad d_i = \frac{P_0[\lambda_1 + \lambda_4 - \alpha_i^2(\lambda_3 + \lambda_4)]}{4\lambda_3\lambda_4 \zeta_0 \alpha_i(z\alpha_i^2 - 2 - \omega)} \quad (11)$$

في التابع  $g$  من السهل استعادة  $f$ .

بتعويض التوابع الحاصلة في الشروط (5)، نحصل على جملة أربع معادلات خطية، وشرط الحصول على حلول لها هو أن يكون معينها معدوماً.

إن جذور المعادلات الحاصلة تحدد القيم المرتبطة للبارامتر  $k$  (وبالتالي نصف طول موجة الاضطراب  $\Lambda = \frac{L}{k}$ )

يتعلق بالضغط على النماذج المرنة.

في الحالة العامة المحدد المميز يعبر بشكل واضح عن المعاملات من الدرجة الثامنة ومن السهل تحديد شكل الجذر

$\zeta_0 \gg 1$  عندما يكون المحدد من الدرجة الرابعة يتحول إلى محدد من الدرجة الثانية، ويأخذ الجذور من الشكل:

$$\zeta_0 = \xi + \eta (\xi \gg \eta) \quad \text{نجد:}$$

$$\xi_{1,2} = -\frac{4\lambda_3\lambda_4 \alpha_{1,2} (\alpha_{1,2}^2 - 2 - \omega)}{P_0[\lambda_1 + \lambda_4 - \alpha_{1,2}^2(\lambda_3 + \lambda_4)]} \quad (12)$$

لنضع  $\xi_1 - \xi_2$  بصورة  $\xi_{1,2}$  فنجد:

$$\eta_{1,2} = \left\{ (\lambda_3 \alpha_2^2 + \lambda_2) \left[ \lambda_2 (z - \alpha_{1,2} c_{1,2}) - \frac{\lambda_2}{\alpha_{1,2}} \left( c_{1,2} + \frac{z}{c_{1,2}} \right) \right] \right. \\ \left. - \left( \lambda_3 \alpha_{2,1} + \frac{\lambda_2}{\alpha_{2,1}} \right) \left[ \lambda_3 \alpha_{1,2} (4 - \alpha_{1,2} c_{1,2}) - \lambda c_{1,2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4 \lambda_3 (\lambda_2 + \lambda_4) (\alpha_{1,2}^2 - z - \omega)}{\lambda_1 + \lambda_4 - \alpha_{1,2}^2 (\lambda_3 + \lambda_4)} \right] \right\} \quad (13)$$

$$x [2 \lambda_2 \alpha_{1,2}^2 + \lambda_2 \left( \lambda_3 \alpha_{2,1} + \frac{\lambda_2}{\alpha_{2,1}} \right) - (\lambda \alpha_{1,2} + \frac{\lambda_2}{\alpha_{1,2}}) (\lambda_3 \alpha_{1,2}^2 + \lambda_2)]^{-1}$$

وهكذا بالمشابهة بالنسبة  $\alpha_{3,4}$  ذي الإشارة المعاكسة.

ما يهمنا هو القيم الفعلية للجذر  $\zeta_0$ ، لذلك يجب دراسة الحالة بشكل منفصل عندما تكون قيم  $\alpha_i$  عقدية. فإذا اكتفينا بالحدود الرئيسية في العلاقة (12) فإنه يمكننا تبيان أن شرط المساواة صفر المحدد من الدرجة الثانية يقودنا إلى المعادلة:

$$(1 + \xi \operatorname{Re} d)^2 + \xi^2 (I_m d)^2 = 0$$

التي يكون لها جذور فقط عندما  $I_m d = 0$  نلاحظ أنه عند التماثل المعيني للصفحة فإن  $I_m d \neq 0$

ولكن:

$$\omega < -z \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_0}} \right)$$

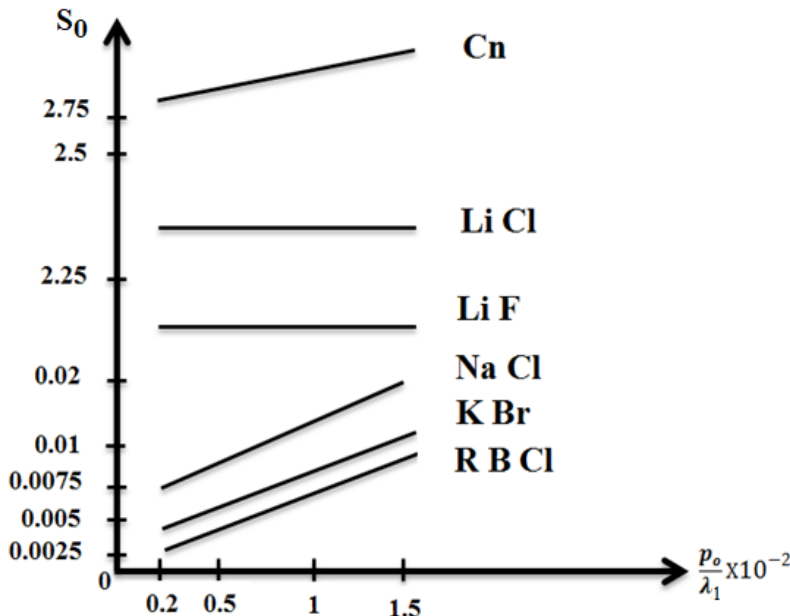
أي  $\operatorname{Re} \alpha$  تساوي صفر والمحدد من الدرجة الرابعة لا يتحول إلى مشتقات من الدرجة الثانية، لذلك مسألة إيجاد الجذور عندما  $1 \gg \zeta_0$  يجب أن تحل عددياً.

أما من أجل بلورة مكعبة الشكل عندما  $\omega > -4$  و  $I_m d = 0$  فإن الأجزاء اليمينية من المعادلتين (12) و (13) تعدّ حقيقية، أما خارج المجال المدروس يمكن البحث عن حلول من الشكل:

$$\zeta_0 = \frac{P_0}{\lambda_1} \psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, P_0)$$

حيث التابع  $\psi$  في حالة بلورة مكعبة يتحدد وبطرق عددية ونتائج الحسابات موصوفة في الرسم البياني لـ

$S_0$  بدلالة  $\frac{P_0}{\lambda_1}$  (الشكل 2).





الشكل (2): يمثل تغيرات  $S_0$  بدلالة  $\frac{P_0}{\lambda_1}$

النتائج الحاصلة تدل على وجود جزأين للحل مختلفين فيما بينهما حسب تعلقهما بالتوتر الحاصل في البلورة. أحد الحلين  $\Lambda$  متناسب مع  $P_0$ ، أي  $\Lambda \sim P_0 \frac{h}{\lambda_1}$  وهذا الجزء يصف النموذج الصغير ( $\Lambda \ll h$ ) على سطح الصفيحة كما توجد عدة حلول عندما  $\Lambda$  تتوافق مع امكانية تموج بأطوال موجية مختلفة، علماً أن التوتر الأكبر يوافق الطول الموجي الأكبر لانحناء السطح.

إن حلول هكذا حالات تتوفر عندما  $P_0 > 0$  (انكماش) وكذلك الأخاديد والتموجات على السطح. أما الجزء الثاني من الحل فمختلف كثيراً حيث إن طول نصف موجة الاضطراب يقل مع زيادة  $P_0$ ، إن هذا الحل يصف مسألة الاستقرار الميكانيكي أما القيم الحدية للتوتر فتحدد بـ  $\Lambda = L$  لنفانر سلوك التابع  $\psi$  لبلورات مكعبة مختلفة مع القيم المتباينة للبارامتر  $\omega$  الموضوع في الجدول الآتي:

البلورة	$C_u$	$L_i CL$	$L_i F$	$Na cl$	$K Br$	$R_b cl$
$\frac{\omega^2}{4} + \omega$	-0.96	-0.91	-0.7	1.4	8.9	11

واضح أن استقرار العديد من البلورات في حالة البروز المشوه من الشكل المجعد يجب أن يزداد مع ازدياد قيم  $\omega$ ، فمثلاً نأخذ بلورة النحاس أو الفلور أو الليثيوم فنلاحظ أن تأثير البروز يعطي انضغاطاً واحداً غير مكرر، أما في حالة نماذج ضيقة وغير طويلة من كلوريد البوتاسيوم أو الريبديوم يظهر البروز عند حالة انعدام المرونة أو في مجال التصفيح.

بالطبع فإن النتائج المقدمة مطلوبة في حالة إجراء التجارب على الصفائح المرنة. عند دراسة البروز الموجي على نماذج من النحاس [15] وفي حالة انضغاط أحادي يتناسب مع ما عرض سابقاً ولكن في [5] يتبين أن البروز يظهر على بلورات بروميد البوتاسيوم عند عدة ضغوطات متتالية، ممكن شرح ذلك من خلال الأرقام الكبيرة المستخدمة في النماذج.

### الاستنتاجات والتوصيات:

1- لقد وجدنا أن البروز يترافق مع توزع الضغط وإذا ازداد الضغط داخل البروز فإنه يقل في النقاط المرتفعة منه، ووفقاً لآلية الانهيار الميكانيكية في [14] يحدث تهتك سطحي في الروابط الذرية متناسباً مع  $\frac{w}{kT}$  حيث  $w$  تمثل الطاقة المرنة و  $kT$  الطاقة الحرارية، لذلك الشقوق الميكروية (المجهرية) غالباً تظهر داخل البروز وهي مرتبطة مع بعضها بالشق الرئيسي.

2- في هذا البحث درسنا البروز المشوه عن طريق فقدان الاستقرار الميكانيكي عند حمولات على البلورات وتبين أن البروز في هذه الحالة له صفات المرونة، وعند إزالة الحمولة البروز يجب أن يختفي لذا كانت السعة

$A \cong \lg(P_0)$  تحقق المتراجحة:

$$A \leq \frac{\Lambda}{\pi} \left( \epsilon - \frac{|P_0|}{\lambda_1} \right)$$

حيث  $\epsilon$  حد المرونة للمادة، وفي حالة السعات الكبيرة لانحناءات السطح تظهر مجالات مشوهه لدنه خاصة.

3\_ نوصي بدراسة معاملات المرونة بالتزامن مع دراسة البروز من أجل تطابق النتائج النظرية والعملية.

### المراجع

1. Stari.U.A, Hanukun.A.b,(2005). *Jornal of applied mechanical and technical physics N200*.
- 2.Moysses L.M, Hunukun. A.b, Danuk A7 859 (2006).
- 3.Moysses .L.M, Stari.U.A,(2007). *HanukunA.5*, F MM 960.
- 4.Zaen .Z.F, Kovlev. U.V, *Hanukun .A.b*, (2007).AN Ariminia physics 504.
5. Zaen .Z.F and others izv,(2008) .*Arminia physics 800*.
- 6.Molean D. j. (2009). *Inst. Metals*, 80.507.
7. Laird C, Smith G.C.(2009). *Phil. May* 7.1047.
- 8.Krussar. W and others v.cb (2010). *Atomic destruction mechanism*. M.2010.
- 9.Kotcanda.S (2010). *Fatigue fracture of metals*.
- 10.Nudelman. A.L,(2011). *Erlich. L.b*, DANR 971.
- 11.Erlich. l.b,(2011). *Engineering Bulletin N 126*.
12. Novoji V.V,(2013). *Funda metals of the non linear theory of elasticity M*.
13. Bolotin . A. B,(2015). *Non conservative problems of the theory of elasticity M*.
14. Regel.V.R, Slutsker. A.U(2016). *Tomashevsku E.A* ,Y.F.N 406.193.
15. Wei. C.T,(2017)*Parthasarathi M.M*,Bech P.A,J APPL. Phys1028.