مجلة جامعة طرطوس للبحوث والدراسات العلمية_ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (7) العدد (2) 2023

Tartous University Journal for Research and Scientific Studies –Basic Sciences Series Vol. (7) No. (2) 2023

المساهمة في حل مسألة التخصيص التربيعية مع التطبيق على مشفى الاندلس الجامعي في محافظة طرطوس –جامعة الاندلس.

د.وسيم حبيب بلال*

(تاريخ الإيداع 23/١ / 2023 – تاريخ النشر 12/ 10/ 2023)

□ ملخّص □

ندرس في هذا البحث إمكانية المساهمة في حل مسألة التخصيص التربيعية، التي هي واحدة من مشاكل الأمثلة حيث أخذت الكثير من الاهتمام في الوقت الحاضر، والتي هي مسألة من النوع NP-*hard*، ولا توجد حتى الآن خوارزمية تقدم الحل الأمثل لهذه المشكلة، فكل الخوارزميات المستخدمة تعطي حلولاً تقريبية.

نتناول في هذا البحث استخدام خوارزمية محاكاة التعدين المهجنة مع خوارزمية البحث المحلي 2-opt لحل مسألة التخصيص التربيعية التي تقوم على إيجاد أفضل تخصيص للمواقع مع التسهيلات المتاحة، ثم مقارنة الحل الناتج عن هذا النهج مع نتائج تجارب قياسية معروفة لتحديد فعالية النهج المقدم.

الكلمات المفتاحية: مسألة التخصيص التربيعية، مسائل الامثلية التركيبية، الخوارزميات الارشادية، الخوارزميات ما وراء الارشادية، خوارزمية محاكاة التعدين.

*مدرس – جامعة الاندلس-قسم العلوم الأساسية كلية إدارة المشافي-كلية الهندسة الطبية.

مجلة جامعة طرطوس للبحوث والدراسات العلمية _ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (7) العدد (2) 2023

Tartous University Journal for Research and Scientific Studies –Basic Sciences Series Vol. (7) No. (2) 2023

Contribute To Solve Quadratic Assignment Problem With Application To Al Andalus University For Medical Sciences Teaching Hospital

D.Wassim Habib Bilal*

(Received 23/1/2023.Accepted 12/10/2023)

□ABSTRACT □

In this research, we are studying the possibility of contribution in solving the Quadratic Assignment Problem that is one of the optimization problems of the NP-hard type. There is still no algorithm providing us with the optimal solution of this problem. All the used algorithms give approximate solutions.

we use we use the hybrid Simulated Annealing Algorithm with the 2-opt local search algorithm to solve the Quadratic Assignment Problem, Then compare the solution resulting from this approach with the results of known standard experiments to determine the effectiveness of the presented approach.

Keywords: Quadratic Assignment Problem (QAP), Combinatorial Optimization Problems, Heuristic Algorithms, Meta-Heuristic Algorithms, Simulated Annealing Algorithm.

*Instructor - Andalusia University - Department of Basic Sciences, (Hospital Administration & of Biomedical Engineering) Faculty

مقدمة:

يمكن وصف مسألة التخصيص التربيعية كأحد أكثر مسائل الأمثلية صعوبة لأنها من الصنف NP–hard، والتي قدمت لأول مرة من قبل الباحثان *Koopmans* & *Beckmann* (**1957**) وقد كانت المسألة عبارة عن نموذج رياضي متعلق بالنشاط الاقتصادي ويمثل في تخصيص مجموعة من المصانع الى مجموعة من المواقع مع الاخذ بالحسبان المسافات وكلف النقل بين تلك المواقع. [2,1]

إن الهدف من مسألة التخصيص التربيعية يتمثل في تخصيصn من التسهيلات الى n من المواقع بحيث يأخذ كل موقع تسهيلاً واحداً فقط. إن مصطلح التربيعية يوصف دالة الهدف التي تمثل حاصل مجموع ضرب المسافات بين المواقع وكميات التدفق للتسهيلات المخصصة لتلك المواقع (Burkad,2009)

إن المهمة الرئيسية هي إيجاد متجهة التباديل التي تحقق أقل كلفة.

ويمكن تصميم نموذج مسألة التخصيص التربيعية عن طريق تعيين مصفوفةF تمثل التدفق بين التسهيلات، ومصفوفةD تمثل المسافة بين التسهيلات (***Loiola***,2007). [3]

يمكن تعريف مسألة التخصيص التربيعية (**QAP**) على النحو التالي: ليكن لدينا مجموعة n من المرافق، ومجموعة من المواقع n لكل زوج من المرافق، مصفوفة تدفق الخدمات [1] $F=[f_{ij}]$ محددة لكل زوج من المواقع، وكذلك مصفوفة المسافات $D=[d_{ij}]$ محددة أيضاً I,j=1,2,3……n, ولتكن

$V = \{v(1), v(2), .. v(i), \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots., v(n)\}$ مهمة، حيث $v(i)$ تمثل موقع المنشأة i =1,2,3……n . تكمن المشكلة في أن يخصص أو يحدد لكل موقع مرفق واحد فقط، وذلك لتقليل التكلفة (دالة الهدف).

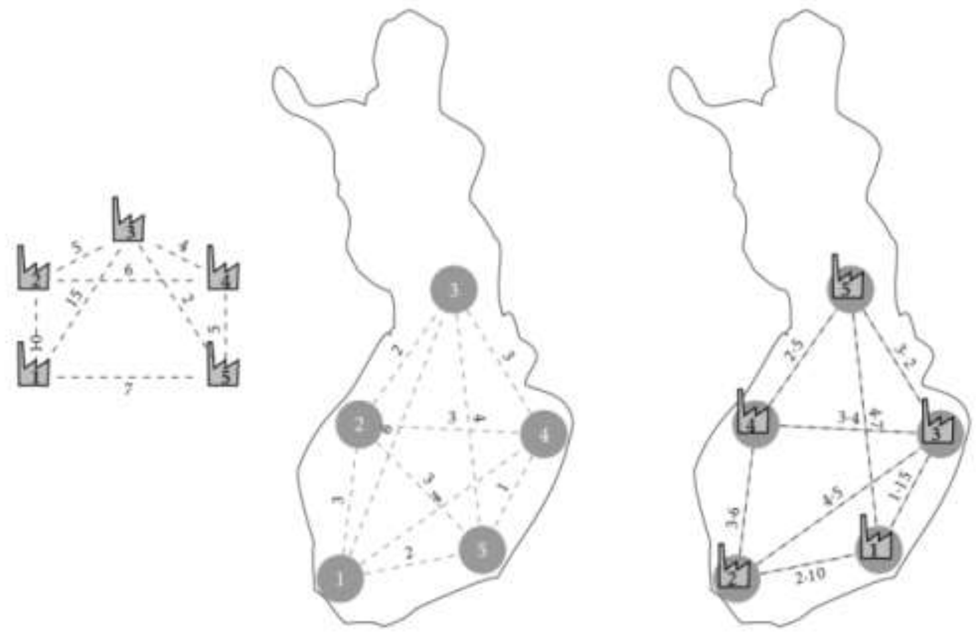
ويعبر عن تابع الهدف لهذه المسألة بالعلاقة. [13,4, 3, 2, 1]:

$$\min z_v = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f_{ij}\ d_{v(i)v(j)} \qquad (1)$$

يوضح الشكل (١): فكرة حل مسألة التخصيص التربيعية لمجموعة من المصانع التي سوف تخصص إلى المواقع المعينة كما يظهر الشكل الى اليسار:

---

[1] تمثل المرور بين كل زوج المواقع والتسهيلات.



الشكل (١): حل مسألة التخصيص التربيعية

يمثل الشكل (١) التخصيص المثالي للمصانع.

$$v: \{1,2,\dots,n\} \to \{1,2,\dots,n\}; \qquad i \to v(i)$$

$$\boldsymbol{min_{v\in S_n}} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{f_{ij}}\ \boldsymbol{d_{v(i)v(j)}} + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{b_{iv(i)}} \qquad \textbf{(2)}$$

إذ أن n يمثل قياس المسألة، v يمثل متجهة التباديل الممكنة $(1,2,\dots,n)$ ، كما أن $v(i)$ يشير الى الموقع الذي سيتم تخصيص للتسهيل i ، f_{ij} تمثل كمية المرور المباشر بين التسهيل i والتسهيل j ، $d_{v(i)v(j)}$ تمثل المسافة بين الموقع i والموقع j . [18,6,5]

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث من الناحية النظرية بأن مسألة التخصيص التربيعية من الصنف NP–hard و بالتالي لا يوجد حل شامل لها ولهذا فإن أي مساهمة في الحل يكون له أهمية، ومن الناحية العملية يجب الاخذ بالاعتبار العوامل البشرية والاقتصادية، كما أن راحة المريض يجب أن تكون الهدف الأول في نظام أية مستشفى تستعمل طرق حل مثلى .

ويكمن **الهدف** بإيجاد أفضل توزيع للخدمات الاستشارية داخل مبنى المستشفى للحد من الجهد المبذول من قبل المرضى في الوقت الذي يتجه فيه المريض من خدمة استشارية إلى أخرى وبالتالي تقليل المسافة الاجمالية لانتقال المرضى، من خلال اجراء تحسينات على أداء الخوارزمية المقدمة لتسريع اداءها للحصول على حل فعال في زمن كثيرة الحدود[٢].

[٢] **خوارزميات زمن كثيرة الحدود : *Polynomial Time Algorithm* تكون خوارزميات زمنية كثيرة الحدود إذا كان تعقيدها $O(p(n))$ لبعض توابع كثيرة الحدود $p\ (n)$ الموجبة، حيث أن n يستخدم للدلالة على حجم الدخل (أي ان الخوارزمية التي حجم مدخلاتها n تتوقف بعد زمن $(O(p(n))$ ،**

طرائق البحث ومواده:

اعتمدت طرائق البحث على العديد من المراجع العلمية والبحوث النظرية المنشورة والمصادر البرمجية المفتوحة من الإنترنت، وذلك بالاطلاع على طرائق حل المسألة لتلافي عيوبها والوقوف عند الميزات الايجابية فيها لتعزيزها وتطويرها.

النتائج والمناقشة:

١- المدخلات:

يمكن تمثيل مدخلات مسألة التخصيص التربيعية، من خلال العناصر التالية:

١- حجم المشكلةN الذي يتضمن الوسائل والمواقع.

٢- مصفوفة المسافة $D = (d_{ij})$ تمثل المسافة بين كل زوج من المواقع.

٣- مصفوفة التدفق $F = (f_{ij})$ تمثل كمية التدفق [٣]أو المرور بين كل زوج من الوسائل.

٢- المخرجات:

إن مخرجات مسألة التخصيص التربيعية النموذجية يمكن **ان تتلخص كمايلي:** إيجاد أفضل تخطيط يعتمد على تباديلN من الوسائل الى N من المواقع (عيادات) بخصوص المسافة بين أي موقعين والتدفق بين أي وسليتين لتقليل التكلفة الكلية.

مستنداً على العناصر التالية:

- المسافات الكبيرة المولدة أو المنشئة بسبب غياب تخطيط المواقع الأفضل، بالتالي هناك حاجة ماسة ومستعجلة لإيجاد أفضل تخطيط لتوزيعN وسيلة الىN موقع لتخفيض التكلفة الكلية بالاستناد على مصفوفة التدفق ومصفوفة المسافة.
- عندما يزيد قياس [٤]المسألة تصبح أكثر صعوبة لايجاد أفضل حل ضمن زمن معقول ومنطقي بحيث ان تحل ضمن زمن معقول[٥].

٣- تصنيف مسألة التخصيص التربيعية:

تعدْ مسالة التخصيص التربيعية احدى مشاكل الامثلية المركبة[٦] (***COP***) التي تنتمي بدرجة صعوبتها الى الصنف $NP-Hard$ ولكن تعقيد هذه المسألة دفع الباحثين إلى إيجاد طرائقّ للحل تعطي حلولاً تقريبية ترضي صانع القرار لكنها ليست حلولاً مُثلى، وبالتالي لا توجد حتى الآن خوارزميات فعّالة للحصول على الحل الأمثل لها.[2]

وعلى سبيل المثال خوارزمية مع تعقيد زمن $O(n\log n)$ هي خوارزمية زمن كثيرة الحدود لأنها تكون محصورة بواسطة $O(n^2)$ لأي قاعدة من اللوغاريتم .

٣ تمثل التدفق او المرور بين كل زوج المواقع والتسهيلات.

٤ تمثل قياس الدخل في علوم الحاسوب.

٥ الزمن المعقول الذي تحل من خلاله المسألة.

٦ إن فئة مسائل الامثلية التركيبية (CO) *Combinatorial Optimization* مهمة و تهم الباحثين في علوم الحاسب وبحوث العمليات (OR)، وتنبع أهميتها من حقيقة أن العديد من التطبيقات ذات الطابع اليومي يمكن أن تصاغ في إطارها.

الجدول (١): تباديل مدخلات المسألة لقياسات صغيرة

قياس المسألة	التباديل
N=3	٣!=٦
N=4	4!=٢٤
N=10	10!=3,628,800
N=20	20!=2,432,902,176,640,000

إن الحل اليدوي الرياضي للمسألة المطروحة ممكن من أجل قياسات صغيرة.

٤- صياغة مسألة المهمة التربيعية:

لنفرض ان لدينا مسألة تخصيص تربيعية ولنفرض ان لدينا ثلاث مصفوفات (F, D, C) بحجم (nXn) و ان F هي مصفوفة التدفق بين التسهيلات و D هي مصفوفة المسافة بين المواقع، C هي مصفوفة الكلفة للمواقع ولنفرض كذلك ان لدينا المتجه v وهو عبارة عن متجه يحوي على جميع التباديل الممكنة من العناصر $\{1, \dots \dots, n\}$ فيكون الأنموذج الرياضي لمسألة التخصيص التربيعية كمايلي :

$$\min z_v = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\ d_{v(i)v(j)} + \sum_{i=1}^{n} c_{i,v(i)} \quad (3)$$

إذ أن n يمثل حجم المسألة، وأن v يمثل متجهة التباديل الممكن $(1,2 \dots \dots, n)$ كما أن $v(i)$ يشير الى الموقع الذي سيتم تخصيصه للتسهيل i ، ان f_{ij} هو التدفق المباشر بين التسهيل i والتسهيل j ، $d_{a(i)a(j)}$ تمثل المسافة بين المواقع $v(i)$ والمواقع $v(j)$ و $c_{i,v(i)}$ تمثل الكلفة الثابتة لتخصيص التسهيل i للمواقع $v(j)$. [6, 5, 4] .

في أكثر الاحيان يهمل الجزء الخاص بالكلفة بسبب ان الكلفة تكون ثابتة ان وجدت وذلك لأن مسألة التخصيص التربيعية تؤدي الى تغير بعض مواقع التسهيلات داخل المسألة، وعلى فرض ان مصفوفه الكلفة قيمتها صفرية فيكون أنموذج التخصيص التربيعي كما يلي:

$$\min z_v = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\ d_{v(i)v(j)} \quad (4)$$

إن الهدف الرئيس لمسألة التخصيص التربيعية هو الوصول إلى حل بأقل كلفة. **[15, 14, 13, , 9, 8].**

نوضح النموذج الرياضي لمسألة التخصيص التربيعية كالأتي:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{إذا كان الانتقال من الموقع } i \text{ الى الموقع } j \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases} \quad (5)$$

$$min(z) = \sum_{k,j,k,l=1}^{\mathbf{n}} f_{ik} . d_{jl} . x_{ij} . x_{ld} + \sum_{i,j=1}^{n} c_{ij} \quad (6)$$

S.t

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall j = 1, \dots\dots, \mathbf{n} \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall i = 1, \dots\dots, \mathbf{n} \tag{8}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \;;\; \forall i, j = 1, \dots\dots, \mathbf{n} \tag{9}$$

والقيد (7) يضمن تعيين موقع واحد بالضبط لكل مرفق، والقيد (٨) ينتج عنها تخصيص كل مرفق لموقع واحد. والقيد (٩) بالإضافة إلى المعادلات (٧) و (٨) التي تؤكد أن كل موقع (j) لديه مرفق واحد بالضبط مخصص.

٥–طرائق حل مسألة التخصيص التربيعية:

تتمثل الطريقة البدائية لحل مسألة التخصيص التربيعية في توليد جميع التباديل الممكنة، ومن ثم البحث بين التباديل لإيجاد متجه التباديل الأمثل والذي يعطي أقل كلفة، إذ أن عدد التباديل الممكنة يمثل قيمة الضرب لقياس المسألة n، وتعتبر هذه الطريقة سهلة جداً في حال كان قياس المسألة صغير، بينما تزداد صعوبة بزيادة قياس المسألة، فمثلاً إذا كانت $n \geq 10$ فستكون درجة تقييد البحث تمثل $(10)! = 3,628,800$ مسار، وتعتبر مستحيلة إذا كانت $n > 30$ $(burkad, 2009)$.

استخدمت لحل هذه المسألة ثلاثة أنواع مختلفة من الخوارزميات نعرضها فيما يأتي:

٥–١ الخوارزميات المضبوطة[٧]: [17,16].

تستخدم هذه الخوارزميات لحل المسائل ذات المقياس الصغير، وهناك العديد من الخوارزميات المضبوطة التي طورت من أجل حل مسألة التخصيص التربيعية، لكن هذه الخوارزميات لم تستطع حل حالات أكثر من عشرين موقع ضمن زمن معقول، وبالرغم من أن الحلول المثالية لمسألة التخصيص التربيعية التي يمكن أن نحصل عليها باستعمال العديد من الطرائق المضبوطة تتطلب زمناً حسابياً كبيراً ومكلفاً.

يوجد العديد من الخوارزميات المضبوطة سنعرض أهما فيما يلي:

٥–١–١ خوارزمية التفريع والحد: *Branch&Bound(B&B)*

يرمز لهذه الخوارزمية بالرمز **(B&B)** وهي أحد أكثر الخوارزميات المضبوطة الناجحة لحل مسالة التخصيص التربيعية ، وتستند هذه الخوارزمية على مبدأ تجزئة المسألة المعطاة إلى مسائل فرعية حجمها أصغر من حجم المسألة الأساسية لكل منها حلوله المحتملة و المتعددة ، لكن الحل الذي يتم اختياره لمسألة فرعية قد يؤثر على الحلول المحتملة للمسائل الفرعية التالية ، ولتجنب الحساب الكامل لجميع المسائل الفرعية نحاول أولاً إيجاد حل عملي ونعتبر قيمته الحد الأعلى الأمثل ، و إذا تم الحصول على حل ذو قيمة اقل يستبدل الحد الأعلى فيه ، بينما نستبعد عدداً كبيراً من الحلول المرشحة غير الواعدة وذلك باستخدام استراتيجيات البحث المختلفة .

٥–١–٢ خوارزمية التفريع والقطع: *Branch&cut (B&C)*:

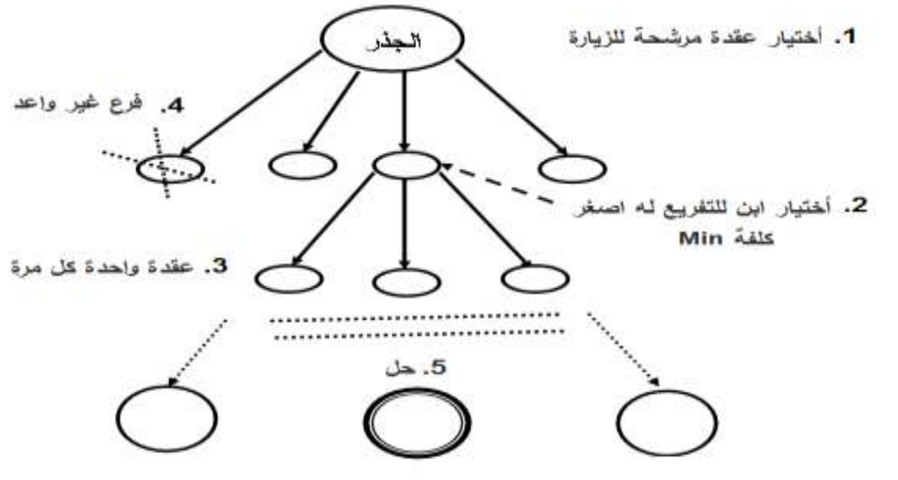
هي تعديل لخوارزمية التفريع والحد $B\&B$ باستخدام خطوة قطع إضافية [20]، لكي تحاول تخفيض فضاء الحلول المرشحة بإضافة قيود جديدة ، و إضافة خطوة القطع قد تؤدي إلى تحسين النتيجة التي تم إرجاعها في خطوة التفريع (bounding) ويمكن أن تسمح بحل مشاكل فرعية دون التفريع .

---

[٧] هي الخوارزميات التي تُنْتِجُ دائماً الحلّ الأمثل المضبوط ضمن شروط وقياسات محددة.

كما لا يتم فقط تقسيم المسألة وإنما يضيق فضاء الحل باستعمال خوارزمية القطع المستوي، وهذا يؤدي إلى شجرة بعقد وفروع أقل عدداً، وبالتالي إلى شجرة أصغر حجماً وهذا يؤدي إلى العثور على الحل الأمثل سريعاً [17].

قدم الباحثان (*M.W.Padberg & G.Rinaldi ,1987*) خوارزمية التفريع والقطع حيث قسمت المسألة إلى مجموعة من المسائل الأصغر حجماً وأكثر تقييداً، لحل الواحدة تلو الأخرى حتى يتم حل جميع المسائل الفرعية $P\langle L, F_0, F_1\rangle$: والشكل (٢) يوضح مخطط خوارزمية التفريع والقطع .



الشكل (٢): خوارزمية التفريع والقطع.

٥-٢ الخوارزميات التقريبية:

إن عدم قدرة الخوارزميات المضبوطة على حل العديد من المسائل الأمثلية التوافقية ضمن زمن معقول ، دفع الباحثون لتطوير خوارزميات تقريبية تحاول تجاوز صعوبة المسائل من الصنف *NP–hard* ، وهي طرائق تسعى للحصول على حلول جيدة تقريبية منخفضة الكلفة الحسابية نسبياً دون أن تكون قادرة على ضمان أمثلية الحلول ، وفي حالة المسائل الصعبة التي نواجهها ، لا يمكن إيجاد الحلول المثلى في زمن كثيرة الحدود لأي حالة ، لذلك نتخلى بالأفضلية من أجل إيجاد حلول جيدة بما فيه الكفاية وتحسب بطريقة فعّالة ، و المقايضة مع الأمثلية لصالح حل قابل للتكيف هو نموذج أو مثال لخوارزميات إرشادية ، وبذلك يتحقق الشعار القديم حل سريع و قليل الكلفة و موثوق ، **ويمكن تصنيفها إلى نوعين** : [19].

النوع الأول: طرائق الحل الإرشادية الكلاسيكية[8]: [20].

إن هذه الخوارزميات تنتج حلولاً مثالية تقريبية جيدة وعملية وسريعة في اغلب الأحيان في زمن معقول للحالات ذات القياس الكبير، وتملك زمن تشغيل كثيرة الحدود[9]، وبالتالي استخدام هذه الخوارزميات يوفر حلولاً جيدة في فترة زمنية معقولة، ومن ناحية أخرى فإنها تجري بحثاً محدوداً في فضاء الحل.

---

[8] هي طرق قديمة طور معظمها مابين عامي ١٩٦٠ - 1990 ، ونظرا للقيود الزمنية الحسابية للخوارزميات المضبوطة من أجل حل مسائل الامثلية التوافقية المعقدة مثل VRP فمن المنطقي استخدام الخوارزميات الإرشادية الكلاسيكية و التي قد لا توفر بالضرورة أفضل حل ممكن ، ولكنها توفر حلولاً جيدة بما فيه الكفاية في زمن حسابي مقبول .

[9] تكون خوارزميات زمنية كثيرة الحدود إذا كان تعقيدها $O(p(n))$ لبعض توابع كثيرة الحدود $p(n)$ الموجبة، حيث أن n يستخدم للدلالة على حجم الدخل (أي ان الخوارزمية التي حجم مدخلاتها n تتوقف بعد زمن $(O(p(n)))$ ، وعلى سبيل المثال خوارزمية مع تعقيد زمن $O(n\log n)$ هي خوارزمية زمن كثيرة الحدود لأنها تكون محصورة بواسطة $O(n^2)$ لأي قاعدة من اللوغاريتم .

النوع الثاني: طرائق الحل ما وراء الإرشادية:

إن اغلب الأبحاث في العقود الأخيرة ركزت منذ عام *١٩٩٠* على تصميم خوارزميات ما وراء إرشادية *Meta-Heuristics* فعالة وأكثر عمومية من الخوارزميات الإرشادية الكلاسيكية وتعطي حلولاً عالية الجودة لمجموعة متنوعة من المسائل المعقدة ذات الطابع اليومي المقيدة لسنوات عديدة ولكن هي غير قادرة على التكيف مع التغيرات في تركيب المشكلة المحددة ، أو حتى لحالات مشكلة مختلفة بنفس التركيب ، وتتضمن الخوارزميات ما وراء الإرشادية العديد من البارامترات التي من الضروري أن تضبط بشكل جيد لكل مسألة قبل عملية التطبيق، و يمكن تقسيم ما وراء الإرشادي إلى صنفين:

الصنف الأول: خوارزميات الحل الوحيد [21].

يقوم هذا الصنف بتحسين **حل واحد** فقط بشكل متكرر، ومن الأمثلة على ما وراء الإرشادي أحادية الحل خوارزمية البحث المحظور TS [١٠] والتي يمكن أن تكون جزءاً لا يتجزأ من إجراءات التحسين، و خوارزمية محاكاة التعدين SA، و تتحرك الخوارزميتان من حل إلى آخر في الجوار الأقرب طالما المعايير محترمة .

الصنف الثاني: خوارزميات ما وراء الإرشادي (المستندة على السكان).

يستخدم هذا الصنف **حلولاً متعددة**، ومن الأمثلة عليها خوارزميات مستعمرة النمل ACO و الخوارزمية الجينية GA ، و هما تعتمدان على آلية بناء توجد العديد من الحلول في كل تكرار اعتماداً على المعلومات من الأجيال السابقة . أما خوارزميات ذكاء السرب PSO التي تستخدم ذكاء السلوك الاجتماعي للكائنات الطبيعية، وخوارزميات التطور وهي مجموعة أوسع مما وراء الإرشادي المستندة على السكان.

٥-٣ الخوارزميات الهجينة[١١]: [21,20]

يتم تهجين طرائق الخوارزميات التقريبية من أجل البحث عن حل فعال ضمن زمن معقول.

٦-معالجة المسألة المقدمة:[22]

سنقترح اولاً في هذا البحث خوارزمية محاكاة التعدين *Simulated Annealing* (SA) التي هي تقنية بحث عشوائية تحاكي العملية الطبيعية لمعالجة المعادن حراريا من خلال تناوب دورات التبريد البطيء لها وإعادة تسخينها بحيث يتم الوصول إلى وضعية تكون فيها الطاقة أصغريه، والفكرة الرئيسة هي تخفيض الحلول في فضاء البحث الواسع على أمل الهروب من الوقوع في الامثلية المحلية والاقتراب من الحل الأمثلي الكلي في فترة زمنية محددة ، في فضاء البحث الواسع ، علماً بأن أول خوارزمية لمحاكاة التعدين SA وضعت من قبل الباحث (*Metropolis*, ١٩٥٣) وطبقها الباحث (*Kirkpatrick,1982*) على مسائل الأمثلية .

إن خوارزمية محاكاة التعدين تستخدم بحثا عشوائيا عن الحلول لا يقبل فقط التغييرات التي تقلل من تابع الهدف بل أيضا بعض التغييرات التي تزيدها وهي مقبولة باحتمال:

---

[١٠] خوارزمية البحث المحظور Tabu search

[١١] لم يتم قبول مفهوم ما وراء الإرشادي الهجين إلا في السنوات الأخيرة، بالرغم من أن فكرة الجمع بين استراتيجيات ما وراء إرشادية مختلفة يعود إلى *١٩٨٠* ، ولقد وجد الباحثون إن توظيف التهجين في مسائل الامثلية يمكن أن يحسن نوعية الحلول التي يمكن إيجادها مقارنة بالنهج الإرشادي وما وراء الإرشادي وعلى الرغم من الاختلافات الكبيرة والهامة بين هذه الخوارزميات إلاّ أنها تشترك ببعض العناصر التي تم تجاهلها وتركت غير مستغلة ، و إن تطوير الخوارزميات الهجينة هو مجال من البحوث ينمو بسرعة فائقة و هو مجموعة من الطرق التقريبية لإيجاد حلول مثالية تقريباً بتكلفة حسابية معقولة لكن دون أن يكون قادراً على ضمان المثالية ، و يسعى الباحثون لصياغة استراتيجيات هجينة للحد من الزمن الحسابي لهذه الخوارزميات ، وهذه التقنيات الهجينة منتشرة في مجالات متنامية كبحوث العمليات والذكاء الاصطناعي

$$f(\Delta E) = e^{\left(-\frac{\Delta E}{T}\right)} \qquad (1-6)$$

إن خوارزمية محاكاة التعدين تسترشد بطرائق البحث المحلية الأصلية ، وإن الحل N مقبول كحل حالي جديد إذا كانت $\Delta E \leq 0$ ، حيث $\Delta E = f(N) - f(x)$ ، و للسماح للبحث الهروب من الوقوع في الامثلية المحلية يتم قبول التحركات التي تزيد من قيمة تابع الهدف $f(\Delta E) = e^{\left(-\frac{\Delta E}{T}\right)}$ ، و إذا كانت $\Delta E > 0$ حيث أن T بارامتر درجة حرارة، وتختلف قيمة T من قيمة كبيرة نسبيا إلى قيمة صغيرة قريبة من الصفر، ويتم التحكم في هذه القيم من خلال جدول تبريد يحدد القيم الأولية ودرجات الحرارة في كل مرحلة من مراحل الخوارزمية [23,22,21].، وقد ثبت أنه من خلال التحكم بعناية في معدل التبريد درجة الحرارة، SA يمكن العثور على الحل الأمثل الشامل ولكن هذا يتطلب زمناً غير محدود.

يمكن لخوارزمية محاكاة التعدين التعامل مع النماذج غير الخطية، والبيانات العشوائية الكبيرة، والعديد من القيود، وتتفوق على طرائق البحث المحلية الأخرى في المرونة والقدرة على الاقتراب من الأمثلية الشاملة، وهي متعددة الاستعمال لأنها لا تعتمد على أي خصائص تقييديه للنموذج ويتم ضبطها بسهولة لأي نظام غير خطي أو عشوائي بشكل معقول، فإن القدرة على ضبط خوارزمية معينة لاستخدامها في حل أكثر من مسألة واحدة تعدْ سمة هامة لهذه الخوارزمية.

لتحويل هذه الخيارات المطلوبة لتحويلها إلى خوارزمية فعالة نقوم بتبادل واضح بين نوعية الحلول والزمن اللازم لحسابها وإمكانية ضبط معاملات الخوارزمية يمكن أن يكون حساسا نوعا ما ودقة الأرقام المستخدمة في التنفيذ يمكن أن يكون لها تأثير كبير على جودة النتيجة.

والخوارزمية المقترحة سوف تشكل إطار عمل مختلف لمعالجتها.

قبل البدء بتقديم خوارزميتنا سنعرض بعض الخوارزميات التقريبية الأساسية.

١,٦ العناصر الأساسية لخوارزمية محاكاة التعدين: [22]

حتى تكون خوارزمية محاكاة التعدين SA الأساسية خوارزمية واقعية يجب أن تتوفر فيها العناصر الآتية:

١. الحل الأولي:

ويتم اختياره بشكل عشوائي.

٢. توليد الحلول والاضطرابات :

إن الطريقة التي يتم بها توليد حلول جديدة قد تحتاج إلى إدخال تغييرات عشوائية صغيرة في الحلول أي إحداث إخلال أو اضطراب بالحل الحالي، مما يسمح بالوصول لجميع الحلول الممكنة، أي كيفية الإخلال بالحل الحالي ، وهذا يحتاج تابع هدف لاختبار كل حل تجريبي يولد ، ومن أجل تحقيق الكفاءة الحسابية الشاملة ، يجب إجراء التقييمات بكفاءة عالية لأنها من أكثر الأنشطة كثافة من الناحية الحسابية، و هناك حاجة للتعامل مع القيود عند استخدام خوارزمية محاكاة التعدين SA ، بحيث يتم تنفيذ البحث في مساحة ممكنة من فضاء البحث . وفي بعض الحالات لا يمكن اتباع هذا النهج بحيث لا يمكن الانتقال بين جميع الحلول الممكنة دون المرور عبر حيز غير ممكن، وفي هذه الحالة يجب أن تتحول المشكلة إلى واحدة غير مقيدة من خلال إضافة بناء لتابع الهدف الذي يدمج أية قيود انتهكت بوصفها توابع العقوبة.

٣.مخطط التعدين:

يحدد نظام التعدين درجة الحركة والسرعة العالية المسموح بها أثناء البحث، وبالتالي فهي حاسمة لأداء الخوارزمية، والمبدأ الذي يقوم عليه اختيار جدول التعدين المناسب هو درجة الحرارة الأولية العالية بما فيه الكفاية، وينبغي أن تخفض مع تقدم البحث، واختيار جدول التعدين لأغراض عملية هو نوع من الذكاء والفن، ولذلك ينبغي تحديد البارامترات الآتية:

١,٣ درجة الحرارة الأولية:

إن درجة الحرارة الأولية المناسبة هي التي تؤدي إلى احتمال قبول قيمة قريبة من الواحد، باعتمادها على تابع الهدف، ويمكن تقديرها بإجراء بحث أولي تقبل فيه جميع الزيادات أي العدد الثابت لتكرار خوارزمية محاكاة التعدين الذي تقبل فيه جميع الحلول المضطربة دون قيد أو شرط، وحساب الزيادة القصوى في تابع الهدف δf ، ثم تعطى درجة الحرارة الأولية T_0 بواسطة العلاقة :[21]

$$T_0 = -\frac{\delta f}{ln(p)}, \qquad (2-6)$$

حيث p هو احتمال قريب من ١ (على سبيل المثال 0.8 – 0.9).[21]

٢,٣ درجة الحرارة النهائية أو معايير التوقف:

يتم تحديد درجة الحرارة النهائية عن طريق تحديد عدد قيم درجة الحرارة التي سيتم استعمالها، أو العدد الكلي للحلول التي سيتم توليدها، ويمكن إيقاف البحث عندما لا تستطيع الخوارزمية إحراز أي تحسن للحل، ولا يوجد حل جديد أفضل في سلسلة التحولات بأكملها عند درجة حرارة واحدة.[21]

٣,٣ طول سلسلة التحولات:

إن طول سلسلة التحولات L ، هي قيمة يعتمد عليها قياس المشكلة كما يجب قبول قيمة الحد الأدنى من التحولات t_{min} في كل درجة حرارة ، لكن مع اقتراب درجة الحرارة من الصفر يتم إنهاء الخوارزمية عملياً بعد تحقق سلسلة التحولات L أو t_{min}، واختيار الحل الذي يأتي أولا لأنه حل وسط مناسب .[21]

٤,٣ قاعدة لخفض درجة الحرارة:

يتم تخفيض درجة الحرارة تدريجيا في خوارزمية محاكاة التعدين SA، كالآتي:

$$\lim_{i\to\infty} T_i = 0 \text{ و } T_i > 0, \forall i,$$

حيث يدل i على تكرار الخوارزمية ، ويوجد دائما حل وسط بين نوعية الحلول التي تم الحصول عليها وسرعة مخطط التبريد ، وإذا انخفضت درجة الحرارة ببطء يتم الحصول على حلول أفضل ولكن مع زمن حساب أكبر ، و يمكن تحديث درجة الحرارة T بطرائق مختلفة نذكر منها :[21]

1.٤,٣ الطريقة الخطية:

يتم تحديث درجة الحرارة T بعلاقة خطية على النحو $T = T - \alpha$ [١٢]، حيث α قيمة ثابتة محددة ، وبالتالي لدينا $T_i = T_0 - i\alpha$ ، حيث يمثل T_i درجة الحرارة في التكرار i.

---

[١٢] العلاقة صحيحة عندما $\alpha = 0$ فقط ولكن تستخدم مثل العداد في علوم الحاسوب.

2.٤,٣ الطريقة الهندسية: يتم تحديث درجة الحرارة باستخدام تابع التبريد الأكثر استخداماً $T =$ αT ، حيث $\alpha \in [0، 1]$ ، وإن التغيير في درجة الحرارة هو عامل يحدد احتمال قبول الحل الأسوأ ، و إذا استخدم انحدار هندسي لدرجة الحرارة : $T = \alpha T$ و كانت $\alpha = ٠.٩٩٩$.

3.٤,٣ الطريقة اللوغاريتمية: يتم حساب درجة الحرارة عند التكرار i باستخدام الصيغة الآتية :

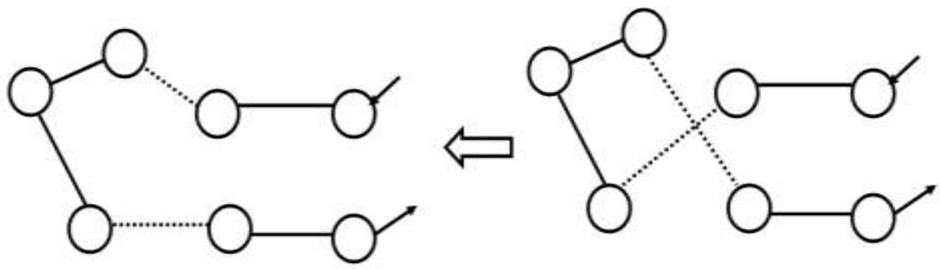
$$T_i = \frac{T_0}{log(i)} \qquad (3-6)$$

وهذا المخطط بطيء جدا ليتم تطبيقه عمليا ولكن ثبت أنه يمتلك قدرة على التقارب إلى أقصى مستوى أمثلي شامل.

٦-٢ خوارزمية البحث المحلي 2-OPT:[21]

هي خوارزمية بحث محلي بسيطة استخدمت لحل مسألة البائع المتجول (**TSP**)، وتعمل في كل جولة على حذف ضلعين، واستبدالهما بضلعيين جديدين ويستمر البحث عن الجولات المثلى الأخرى من اجل جميع الأضلاع المحتملة، ثم تكرر هذه العملية باستخدام مجموعة مختلفة من الأضلاع وهكذا، ويمكن الإشارة إلى وجود العديد من الطرائق التي تعمل على هذه التقنية مع مراعاة قيود المسألة.

يبين الشكل (٣) كيف يتم حذف ضلعين واستبدالهما بضلعيين جديدين في خوارزمية البحث المحلي -2 opt.



الشكل (٣): البحث المحلي 2-OPT

٦-٢-١ خطوات خوارزمية 2-OPT لتوليد الجوار:

الخطوة الأولى: تهيئة كل جوار مولد للحل الحالي الأولي.

الخطوة الثانية: حساب كلفة كل جوار لاختيار الجوار الأقل كلفة والمتاح من بينها لإنشاء مسار.

الخطوة الثالثة: إجراء تبادل لتحسين الجوار من خلال اختيار الطريق الأفضل من بين طريقين.

٦-٣ الخوارزمية الهجينة المقدمة :

نقدم في هذا البحث خوارزمية محاكاة التعدين (SA) *Simulated Annealing* المهجنة مع خوارزمية البحث المحلي **2-OPT**:

٦-٤ خطوات خوارزمية محاكاة التعدين المقدمة:

الخطوة الأولى: تعيين البارومترات T درجة حرارة أولية،C بارامتر تبريد،m الحد الأقصى لإجراء انتقال،M الحد الأقصى لعدد مرات التكرار.

الخطوة الثانية: توليد حل أولي باستخدام خوارزمية أقرب جار الإرشادية، و لنضع $x = x_0$.

الخطوة الثالثة: تطبيق خوارزمية البحث المحلي *2-opt* على الحل الأولي ، $i = 1, j = 1$.

الخطوة الرابعة: حساب قيمة تابع الهدف من خلال الحل الحالي$f(x)$.

الخطوة الخامسة:

أ- إذا كانت $i \le m$ نطبق خوارزمية البحث المحلي *2-opt* على الحل الحالي لتوليد حلول جديدة N ، نضع[١٣] $i = i + 1$ ثم ننتقل الى الخطوة ٥ ب ، و خلاف ذلك ننتقل الى الخطوة ٦ .

ب - تقييم العلاقة $\Delta E = f(N) - f(x)$ عندما تكون $\Delta E \le 0$ ننتقل إلى الخطوة ٥ ث، وخلاف ذلك ننتقل الى الخطوة ٥ ت.

ت - نختار متغير عشوائي $\eta \sim U(0,1)$ و إذا كان $u < p(\Delta E) = \exp(-\frac{\Delta E}{T})$ ننتقل إلى الخطوة ٥ ث ، و خلاف ذلك ننتقل إلى الخطوة ٥أ .

ث- قبول عملية التبادل ، و نضع $x = N$ و$f(x) = f(N)$ ، ثم الانتقال إلى الخطوة الخامسة - أ .

الخطوة السادسة:

إذا كانت $j \le M$ ، نضع $T = C$ و$j = j + 1$ ثم ننتقل إلى الخطوة الثالثة ، و خلاف ذلك نتوقف .

الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

أجريت الاختبارات التجريبية للخوارزمية الهجينة المقدمة التي تدمج (خوارزمية محاكاة التعدين و خوارزمية البحث 2-opt) ، و تم استخدام لغة البرمجة $C++$ لتنفيذ الخوارزمية و نفذنا التجارب الحاسوبية في PC باستخدام معالج ***corei5*** و ***4 GB*** من ذاكرة الوصول العشوائي، ، بحيث اصبحت مسألة التخصيص التربيعية مقياس لكفاءة الخوارزميات وذلك لصعوبة إيجاد حل أمثل في زمن مناسب لذلك أي طريقة يتم استحداثها لحل المسألة يجب تطبيقها على مسائل قياسية مأخوذة من المكتبة الخاصة بمسألة التخصيص التربيعية **(QAPLIB)** في هذا البحث سوف نقوم بتجريب الخوارزمية الهجينة المقدمة على عدد من المسائل القياسية المأخوذة من المكتبة مع تكرار الحل عدة مرات وحساب النتائج بالاعتماد على قانون كفاءة الخوارزمية وهو: [23]

$$\mathbf{Gap} = \frac{(\mathbf{Proposed\ \ solution\ \ - optimum\ solution})}{\mathbf{optimum\ solution}} * \mathbf{100}$$

---

[١٣] عداد لا خذ القبة التي تليها

Optimum solution : الحل الأمثل.

Proposed solution: الحل الذي تم الحصول عليه من خلال الخوارزمية الهجينة المقدمة.

ويتم قياس جودة الخوارزميات الهجينة من خلال:

١. الجهد الحسابي المطلوب للحصول على حل واقعي.

٢. يجب أن يكون الحل على مقربة من النتائج القياسية المعروفة في متوسط نسبة الانحراف المئوي.

٣. ينبغي أن تكون فرصة التوصل إلى حل سيء جدا منخفضة.

٤. مقارنة مع طرق حسابية تتطلب الكثير من الجهد الحسابي الذي يتم إنهاء بعد زمن حسابي محدد.

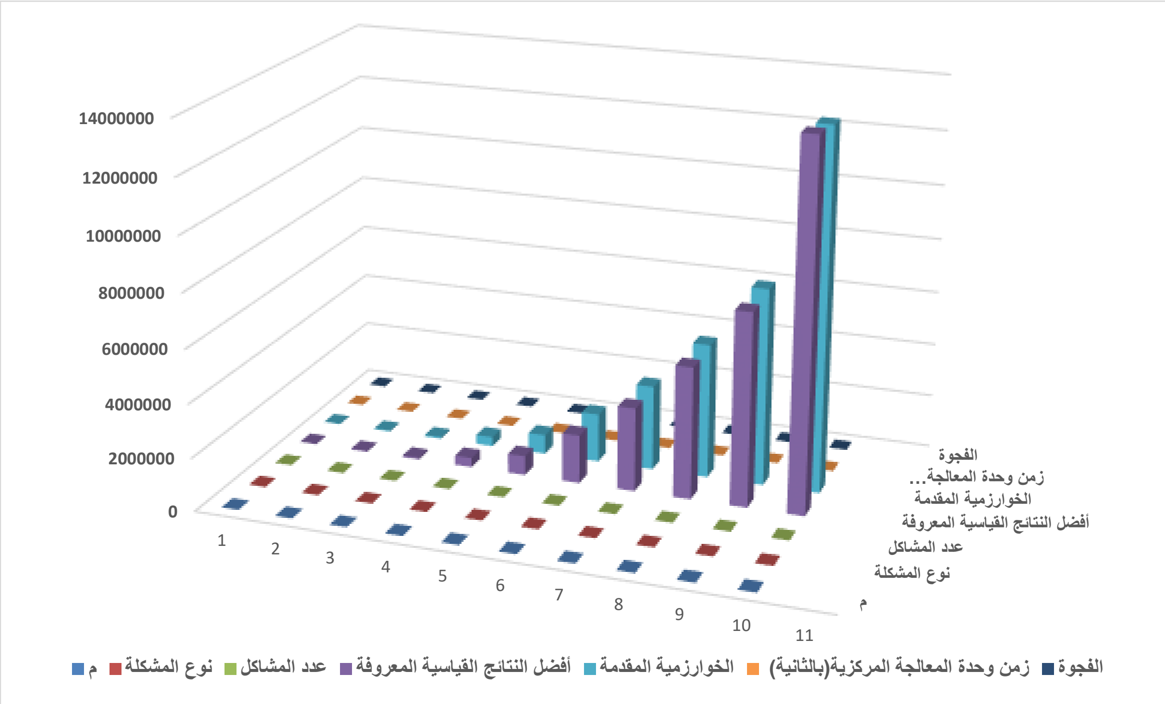
٥. مقارنة مع أداء صانع القرار، إما من خلال إطار زمني سابق أو مباشر.

٦. المقارنة مع الخوارزميات ما وراء الإرشادية الهجينة الأخرى، والقيم المرتبطة بوسطاء المسألة.

الجدول (١): النتائج التجريبية للخوارزمية الهجينة المقدمة ومقارنتها مع نتائج قياسية معروفة [23, 18,9,8].[١٤]

م	نوع المشكلة	عدد المشاكل	أفضل النتائج القياسية المعروفة	الخوارزمية المقترحة	زمن وحدة المعالجة المركزية (بالثانية)	الفجوة
1	Lipa30a	30	١٣١٧٨	١٣١٧٨	١٢,٤	٠
2	Lipa40a	40	٣١٥٣٨	٣١٥٣٨	٥١,٢٣	٠
3	Lipa50a	50	٦٢٠٩٣	٦٢١٤٥	١٨٨,٠٢	٠,٠٨
4	Rou15	15	٣٥٤٢١٠	٣٥٤٢١٠	٠,٧٤	٠,٠٦
5	Rou20	20	٧٢٥٥٢٢	٧٢٦٧١٠	١٩,٣٨	٠,١٦
6	Tai30a	30	١٨١٨١٤٦	١٨٢٩٩٩٩	٧٢,٦٤	٠,٦٥
7	Tai40a	40	٣١٣٩٣٧٠	٣١٨٢١١٠	٢٣٣,٢	١,٣٦
8	Tai50a	50	٤٩٤١٤١٠	٥٠٣١٢٧٥	٤٦٢,٥٨	١,٨١
9	Tai60a	60	٧٢٠٨٥٧٢	٧٣٤٧٦٤٠	٩٤٨,٦١	١,٩٣
10	Tai80a	80	١٣٥٥٧٨٦٤	13359869	١٢٤٢,٤٧	١,٤٦
المتوسط		41.5	3185190.3	3193867	323.127	0.751

[١٤] تم اختيار قيم التجارب من المكتبة العالمية المعروفة ومقارناتها ما نتائجنا.



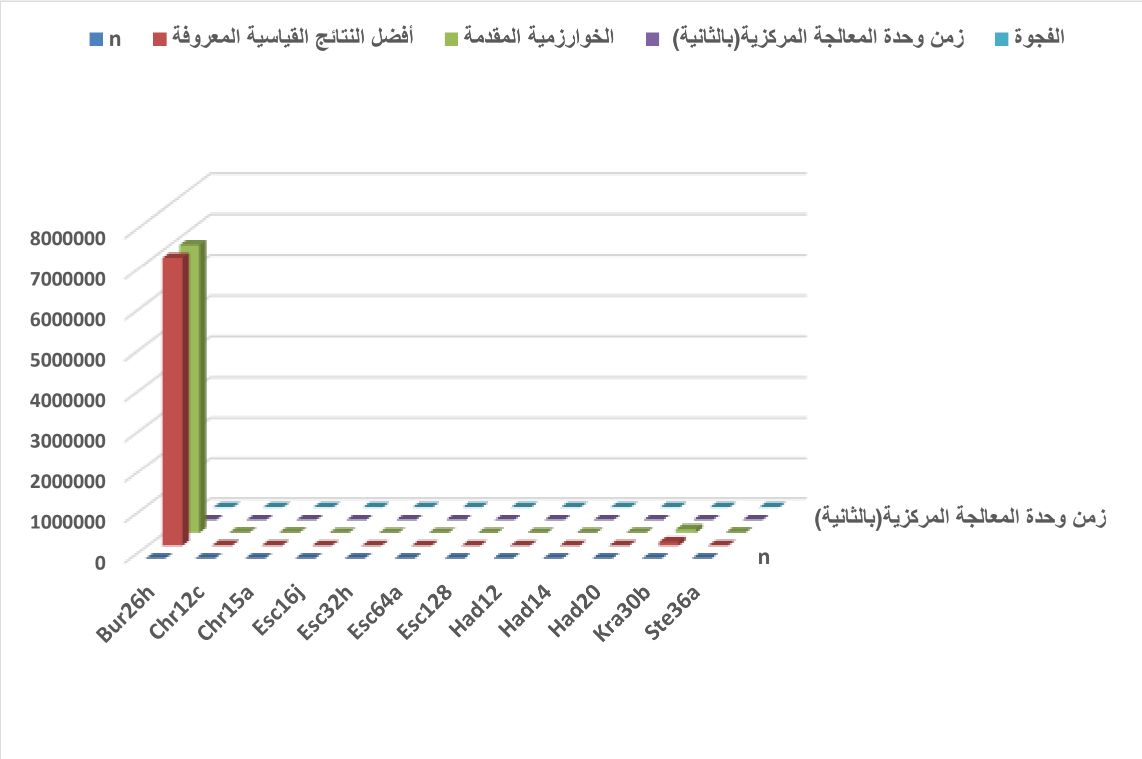
الشكل (٤): مخطط للمقارنة بين الخوارزمية الهجينة المقدمة ونتائج قياسية.

الجدول (٢): النتائج القياسية لمسائل QAP بحجوم محتفلة.[23,18,10,8] .

م	نوع المشكلة	n[١٥]	أفضل النتائج القياسية المعروفة[١٦]	الخوارزمية المقترحة	زمن وحدة المعالجة المركزية(بالثانية)	الفجوة
1	Bur26h	26	٧٠٩٨٦٥٨	٧٠٩٨٧٦١	٢٣,٣٧	٠,٠٠١
2	Chr12c	12	١١١٥٦	١١١٥٦	٢,٣٨	٠
3	Chr15a	15	٩٨٩٦	9977	٦,٧٩	٠,٨٢٧
4	Esc16j	16	٨	٨	٠,٠٥	٠
5	Esc32h	32	٤٣٨	٤٣٨	٢٤,١٩	٠
6	Esc64a	64	١١٦	١١٦	١,٠٩	٠
7	Esc128	128	٦٤	٦٤	٧١,٨	٠
8	Had12	12	١٦٥٢	١٦٥٢	١,٠١	٠
9	Had14	14	٢٧٢٤	٢٧٢٤	٢,٢١	٠
10	Had20	20	٦٩٢٢	٦٩١٨	١١,١٢	٠,٠٦٢
11	Kra30b	30	٩١٤٢٠	٩١٥٧٧	٦٨,٩٤	٠,١٧٢
12	Ste36a	36	٩٥٢٦	٩٥٥٣	٤٨,٣	٠,٢٨
المتوسط		33.75	602715	602745.3333	21.77083333	0.1118333

[١٥] القيم الموجودة في الجدول قياس الدخل.

[١٦] مشاكل نتائجه معروفة موجودة ضمن مكتبة عالمية تقارن مع نتائجنا وتحسب الفجوة بينهما وكلما كانت صغير أفضل.



الشكل (٥): مخطط يوضح الفجوة بين الخوارزمية الهجينة المقدمة ونتائج خوارزميات هجينة قياسية.

تبين النتائج التجريبية الموضحة في الجدول (١) ان الخوارزمية الهجينة المقترحة التي تدمج محاكاة التعديل (SA) *Simulated Annealing* مع خوارزمية البحث المحلي **2-OPT**، تعطي نتائج أفضل ضمن زمن معقول و توفر إمكانية لتحقيق أداء أفضل من حيث سرعة التقارب والقدرة على إيجاد أفضل تخصيص للمواقع مع التسهيلات المتاحة، وكانت الفجوة صغيرة بين هذه الخوارزمية ونتائج **خوارزميات هجينة قياسية** معروفة كما هو موضح في الشكل (٥) ، وأظهرت النتائج كفاءة الخوارزمية المقترحة وامتلاكها الكثير من المزايا الحسنة فقد ساهمت في حل المسألة بكلفة منخفضة وحسنت الأداء.

التوصيات:[١٧]

١- اقتراح طرائق وأساليب لدمج وتكامل الخوارزميات التقريبية الأخرى وتوظيفها لحل مسائل الامثلية.

٢- تطبيق الخوارزمية المقترحة على الأنواع الأخرى من مسائل التخصيص.

٣- إن اعتماد مسألة التخصيص التربيعية في المجال الخدمي يعد أمرا بالغ الأهمية لتقليل الازدحام على الدوائر الخدمية.

[١٧] نهتم بنوعية الحل وسرعته، ولا يهمنا مقارنة البارامترات لأنها مدروسة سابقا.

المراجع:

[1] Arkin, E., Hassin, R., & Sviridenko, M. (**2001**). "Approximating the maximum quadratic assignment problem". *Information Processing, **77,*** **14-16.**

[2] Asaad. S H., Burhanuddin. M. A., Ngo. H.C, Modhi. L. M., Wassim. H.B., " Review on the Methods to Solve Combinatorial Optimization Problems Particularly: Quadratic Assignment Model". International Journal of Engineering & Technology, 7 (3.20) (2018) 16-19.

[3] Ahmadi, A., Pishvaee, M. S., and Jokar, M. R. A. (2017). "A survey on multi-floor facility layout problems". Computers & Industrial Engineering, 107:160–169.

[4] Arnolds, I. and Nickel, S. (2015). "Layout planning problems in health care, Applications of Location Analysis", pages 110–150.

[5] Aksan, Y.; Dokeroglu, T.; Cosar, A." A stagnation-aware cooperative parallel breakout local search algorithm for the quadratic assignment problem". Comput. Ind. Eng. 2017, 103, 110–115. [CrossRef]

[6] Braut, G. S. (2015). Helseforetak (English: Health Institutions). *Store Medisinske Leksikon: sml.snl.no/helseforetak (2017-13-17)*

[7] Burkad.R,,Dell'Amico.M and Martello.S., .(2009). *"Assignment Problems",* Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadephia.

[8] Bdel-Basset, M.; Manogaran, G.; Rashad, H.; Zaied, A.N.H. "A comprehensive review of quadratic assignment problem: Variants, hybrids and applications." J. Ambient Intell. Hum. Comput. 2018, 9, 1–24. [CrossRef]

[9] Drira, A., Pierreval, H., and Hajri-Gabouj, S. (2007)." Facility layout problems: A survey". *Annual Reviews in Control*, 31(2):257–267.

[١0] Drezner, Z. The quadratic assignment problem." In Location Science; Laporte, G., Nickel, S., Saldanha da Gama, F.", Eds.; Springer: Cham, Switzerland, 2015; pp. 345–363. [CrossRef]

[١1] Herthel, A.B.; Subramanian, A. "Optimizing single-finger keyboard layouts on smartphones.". Comput. Oper. Res. 2020, 120, 104947. [CrossRef].

[12] KORTE, B.; VYGEN, J.; "*Combinatorial Optimization – Theory and Algorithms"*, volume 21 of Algorithms and Combinatorics. Springer Berlin Heidelberg, fourth edition, 2008.PP.31-49.

[13] Koopmans, T.C., Beckmann, M.J.*"Assignment problems and the location of economic activities"*. Econometrica 25, PP. 54–75.1957.

[14] Kvillum and Vigerust (2017)." A One-Stage Approach to the Facility Layout Problem in Hospital Planning". *Norwegian University of Science and Technology, Institute of Industrial Economics and Technology Management*.

[15] LAWLER, E.L.; WOOD, D.E.;" *Branch-and-Bound Methods":* A Survey Operations Research, Vol.14, No.4, pp. 790-715. July 1966.

[16] Martí, R.; Pardalos, P.M.; Resende, M.G.C. (Eds.) Handbook of Heuristics; Springer: Cham, Switzerland, 2018.

[17] Miseviˇcius, A. Letter: New best known solution for the most difficult QAP instance “tai100a”. Memet. Comput. 2019, 11, 331–332. [CrossRef]

[18] RAIDL, G.R., PUCHINGER, J., BLUM, C." *Metaheuristic hybrids*". In: Handbook of Metaheuristics. Springer, PP. 469–496.2010.

[19] Statistisk Sentralbyrå (2017). Nøkkeltall helse (English: Key figures for health).
Statistisk Sentralbyrå, www.ssb.no/en/helse/nokkeltall/health–245784 (2017-12-17).

[20] Wassim. H.B., Mohammed H.H., Laina. M. " (*Guided Local Search Tabu Search) Hybrid Algorithm Integrated With Simulated Annealing Algorithm To Solve The Vehicle Routing Problem With Time Windows.*", Journal of Al-Baath University for Research and Studies, Vol. 38, No. 10, pp. 79-89.2016 .

[21] Wilhelm, M.R., Ward, T.L., (1987).*"Solving quadratic assignment problems by simulated annealing"*. IEEE Transactions 19, 107–119.

[22] Zhang, H.; Liu, F.; Zhou, Y.; Zhang, Z. "A hybrid method integrating an elite genetic algorithm with tabu search for the quadratic assignment problem". Inf. Sci. 2020, 539, 350–370. [CrossRef]

[23] *https://coral.ise.lehigh.edu/data-sets/qaplib/qaplib-references/*

[24] KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.D.; VECCHI, M.P. ;" *Optimization by Simulated Annealing Science*". vol 220, No.4598, pp. 671-680. 198**3**.