

دراسة العلاقة بين زاوية الخلط الضعيفة والمقطع العرضي للتفاعل

$$m_Z \rangle E \rangle m_W \text{ الطاقة } e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$$

د. محمد ابراهيم *

د. خولة حسين **

مريانا مريم ***

(تاريخ الإيداع 2022 /5/30 – تاريخ النشر 2022 /7/ 26)

□ ملخص □

تم في هذا البحث استخراج المقطع العرضي التفاضلي $(d\sigma/d\Omega)$ والكلبي (σ) للتفاعل $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ في جملة مركز الكتل C.M.S من اجل دراسة تأثير زاوية الخلط الضعيفة $\sin^2 \theta_w$ عليه في مجال الطاقة $m_Z \rangle E \rangle m_W$. بينت هذه الدراسة أن قيمة المقطع العرضي (σ) تتزايد مع تزايد قيمة زاوية الخلط الضعيفة $(\sin^2 \theta_w)$ من أجل قيمة محددة للطاقة \sqrt{S} والعكس صحيح. كما أظهرت أن قيم المقطع العرضي للتفاعل $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ المقابلة لزاوية خلط محددة تزداد بازياد الطاقة \sqrt{S} وتتاقص بتناقصها.

الكلمات المفتاحية: مقطع عرضي - جملة مركز الكتل - نموذج معياري - زاوية الخلط الضعيفة

* استاذ مساعد في قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة طرطوس - سوريا

** محاضر (مديرة أعمال) في قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - سوريا

*** طالبة ماجستير - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة طرطوس - سوريا

Study of the relationship between the weak mixing angle and the cross sections of the reaction $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ in the energy field $m_z \rangle E \rangle m_w$

Dr. Mohamed Ibrahim*

Dr. Khawla Hussein **

Mariana Mariam ***

(Received 30/5/2022. Accepted 26/7/2022)

□ ABSTRACT □

In this research, the full (σ) and differential cross-section ($d\sigma/d\Omega$) of the reaction $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ in the C.M.S system was extracted in order to study the effect of the weak mixing angle $\sin^2 \theta_w$ on it in the energy field $m_z \rangle E \rangle m_w$. This study showed that the value of the cross-section σ increases with the increase in the value of the weak mixing angle $\sin^2 \theta_w$ with constant energy \sqrt{S} and vice versa. It also showed that the values of cross section of the reaction $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ corresponding to a specific mixing angle increase with the increase in energy \sqrt{S} and decrease with its decrease.

Keywords: Cross section - Center of mass system - Standard model - Weak mixing angle

* Assistant Professor in the Department of Physics - Faculty of Science - Tartous University – Syria

** Lecturer in the Department of Physics - Faculty of Science - Tishreen University – Syria

*** Postgraduate Student (Master) - Department of Physics - Faculty of Science - Tartous University - Syria

مقدمة: Introduction

تعتبر زاوية الخلط الضعيفة أحد معايير النموذج القياسي SM، وهي مرتبطة باحتمال أن تتفاعل جسيمات النيوترينو مع المادة لإنتاج نيوترينو متبعثر إلى جانب بقايا الهدف، وهنا تتبادل النيوترينو مع الهدف البوزون Z أثناء التبعثر. يمكن قياس زاوية الخلط الضعيفة بطرق مختلفة وأي تفاعل يتم فيه تبادل البوزون Z سيكون حساساً لهذه العملية [1].

في عام 1980 وبعد اختبار صارم للنموذج القياسي ولنظرية توحيد التفاعلات الكهروضعيفة مع الضعيفة أصبحت العلاقة $\sin^2 \theta_w = 1 - m_w^2 / m_z^2$ قيد التداول العلمي. الدقة الرائعة التي تحققت في قياس ثابت المزج سمحت باختبار النظرية الكهروضعيفة على المستوى الكمي [2].

انطلاقاً من أهمية زاوية الخلط الضعيفة في دراسة تذبذب النيوترينو الشمسي ν_e درست تجربة بوركسينو (Borexino experiment) في السنوات الأخيرة المعطيات المتوفرة عن قيمة زاوية الخلط الضعيفة للتأكد منها من جهة، وللتأكد من التنبؤات حول قيمتها عند طاقات أقل من (1 MeV) [3] من جهة أخرى. كما قامت تجربة أطلس (ATLAS experiment) بقياس هذه الزاوية عن طريق تصادم بروتون-بروتون عند طاقة $\sqrt{s} = 8TeV$ في المصادم الهيدروني الكبير LHC وكانت قيمة هذه الزاوية تساوي: $\sin^2 \theta_w = 0.23140 \pm 0.00021$ [4].

لقد تم قياس زاوية الخلط الضعيفة على وجه الدقة في LEP و SLC من خلال تصادم الإلكترون مع البوزيترون [5] وبدقة أكثر في التيفاترون Tevatron [6] وكذلك في LHC [7] وكانت قيمة زاوية الخلط المشتركة في LEP و SLC تساوي $\sin^2 \theta_w = 0.23149 \pm 0.00016$ وفي التيفاترون تساوي $\sin^2 \theta_w = 0.23148 \pm 0.00033$ وأما قيمتها في LHC فقد تم نشرها من قبل فريق عمل CMS وكانت تساوي: $\sin^2 \theta_w = 0.23101 \pm 0.00053$ كما قدمت مصادمات الهيدرونات مؤخراً قيمة أخرى لزاوية الخلط الضعيفة منها: $\sin^2 \theta_w = 0.23149 \pm 0.0007$ [8]. تتوقع تجارب الجيل الثاني الأكثر حساسية للنيوترينو الشمسي الكشف عن المادة المظلمة، وعن معامل مساعد من المحتمل أن يفيد في تحديد ثابت الخلط بدقة كافية.

الهدف من البحث:

يهدف هذا البحث الى حساب المقطع العرضي التفاضلي $d\sigma/d\Omega$ والكلية σ للتفاعل $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ من أجل دراسة تأثير زاوية الخلط الضعيفة $\sin^2 \theta_w$ عليه في جملة مركز الكتل C.M.S من أجل طاقات تقارب كتلة البوزون Z، وهذا يحاكي الأوساط النجمية الحارة التي يتشكل فيها أزواج النيوترينو $\nu_e \bar{\nu}_e$ من جراء فناء الأزواج $e^- e^+$.

أهمية البحث:

تعتبر زاوية الخلط الضعيفة بارامتر هيكل أساسي في النموذج القياسي لفيزياء الجسيمات (SM). تعددت التجارب التي اهتمت بتحديد قيمته العددية، وكانت النتائج في معظمها متباينة في مجال عريض يبدأ بقيمة صغرى تساوي تقريباً $\sin^2 \theta_w = 0.2231$ وينتهي بقيمة عظمى تساوي أو أكبر من $\sin^2 \theta_w = 0.23221$. خلق هذا التباين اثاراً علمية وتساؤلات متعددة وكثرت الاوراق البحثية التي حاولت تفسير هذا التباين. قاندا هذا الاهتمام إلى دراسة تأثير زاوية الخلط الضعيفة على التفاعل $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ المستخدم في حساب طيف الطاقة الذي يحمله الزوج النيوترينوي $\nu_e \bar{\nu}_e$ الناتج من عمليات فناء الزوج الالكتروني ($e^- e^+$) في الاوساط النجمية الحارة.

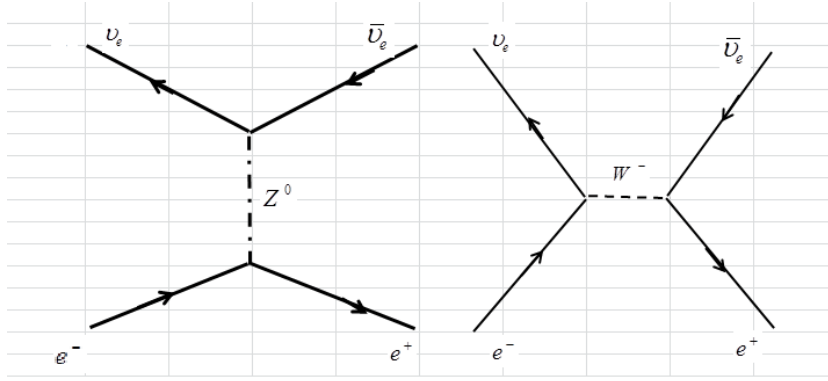
تكمُن الأهمية في أن النيوترينوات يمكن أن تحمل الطاقة من الوسط النجمي الحار إلى الوسط الخارجي بعيداً عنه وتساهم في تبريده وبالتالي يمكن اعتبارها جرس انذار ومرسال كوني يساعد على التنبؤ بقرب موت النجوم وانتهاء حياتها .

طرائق البحث ومواده:

أولاً: حساب المقطع العرضي التفاضلي الفعال للتفاعل:

$$e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e \quad (1)$$

مخططات فاينمان (Feynman diagrams) الموافقة للعلاقة (1) أعلاه متمثلة بالشكل (1):



شكل (1): يبين مخطط فاينمان للتفاعل وفق فرضية البوزون الوسيط $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$

جدير بالذكر أن الجزء اليساري من المخطط يخص التفاعل

$$e^- e^+ \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_i \quad (i = \mu, \tau) \quad (2)$$

الذي لن نتناوله في هذا البحث.

يكتب المطال الكلي للتفاعل (1) بالصيغة العامة التالية:

$$iM_{total} = \frac{i^2 g^2}{2} (M_1 + M_2) \quad (3)$$

حيث:

$$M_1 = -\frac{D_{\mu\nu}^{(Z)}(q)}{2 \cos^2 \theta_w} \bar{u}(k) \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} v(k') \cdot \bar{v}(p') \gamma^\nu \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w + \frac{\gamma^5}{2}\right) u(p) \quad (4)$$

ناشئ عن مساهمة التيار الحيادي، بينما:

$$M_2 = D_{\mu\nu}^{(W)}(q) \bar{u}(k) \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} u(p) \cdot \bar{v}(p') \gamma^\nu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) v(k') \quad (5)$$

ناشئ عن مساهمة التيار المشحون.

بتعويض (4) و(5) في (3) تصبح الصيغة النهائية لعبارة المطال الكلي للتفاعل (1) كما يلي:

حيث: $q = p + p' = k + k'$ تعبر عن الاندفاع المنقول رباعي التمثيل كما تعبر الرموز k', k, p', p عن اندفاعات الجسيمات المشاركة في التفاعل وهي على الترتيب: الإلكترون، البوزيترون، النيوتريينو، النيوتريينو المضاد.

$$iM_e = \frac{g^2}{2} \left(\frac{D_{\mu\nu}^{(z)}(q)}{2\cos^2\theta_w} \bar{u}(k) \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} v(k') \right. \\ \left. \bar{v}(p') \gamma^\nu \left(-\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_w + \frac{\gamma^5}{2} \right) u(p) - \right. \\ \left. - D_{\mu\nu}^{(w)}(q) \bar{u}(k) \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} u(p) \bar{v}(p') \gamma^\nu \frac{1-\gamma^5}{2} v(k') \right) \quad (6)$$

كما يعبر $D_{\mu\nu}^{(z)}(q)$ عن ناشر البوزون العياري الضعيف Z^0 حسب قوانين فاينمان ويكتب بالصيغة [9]:

$$D_{\mu\nu}^{(z)}(q) = \frac{i(-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / m_z^2)}{q^2 - m_z^2 + i\Gamma_z m_z} \quad (\text{propagator for } Z \text{ -boson}) \quad (7)$$

أما $D_{\mu\nu}^{(w)}(q)$ فيعبر عن ناشر البوزون العياري الضعيف W^\pm حسب قوانين فاينمان [10] ويكتب بالصيغة:

$$D_{\mu\nu}^{(w)}(q) = \frac{i(-g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / m_w^2)}{q^2 - m_w^2 + i\Gamma_w m_w} \quad (\text{propagator for } W \text{ -boson}) \quad (8)$$

تعبر الرموز: $\Gamma_z, m_z, \Gamma_w, m_w$ عن كتلة وعرض البوزونات Z, W على الترتيب. تعطى العبارة العامة للمقطع العرضي التفاضلي الفعّال لتصادم حزمتين في جملة مركز الكتل بالعلاقة:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\bar{M}|^2 \quad (9)$$

حيث:

$$\sqrt{s} = 2E \quad (10)$$

بتطبيق العلاقة الأخيرة على التفاعل $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ مع الافتراض بأن الحزمة الواردة غير مستقطبة نجد في جملة مركز الكتل عبارة المقطع العرضي التفاضلي الفعّال:

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 s}{16\sin^4\theta_w} \left[\frac{\cos^4(\theta/2)}{(s\sin^2(\theta/2) + m_w^2)^2 + \Gamma_w^2 m_w^2} \right. \\ \left. - (2 - 1/\cos^2\theta_w) \times \right. \\ \left. \times \frac{[\Gamma_z m_z \Gamma_w m_w - (s - m_z^2)(s\sin^2(\theta/2) + m_w^2)] \cos^4(\theta/2)}{[(s - m_z^2)^2 + \Gamma_z^2 m_z^2][(s\sin^2(\theta/2) + m_w^2)^2 + \Gamma_w^2 m_w^2]} \right. \\ \left. + \frac{1}{\cos^4\theta_w} \frac{\sin^4\theta_w \sin^4(\theta/2) + (1/2 - \sin^2\theta_w)^2 \cos^4(\theta/2)}{(s - m_z^2)^2 + \Gamma_z^2 m_z^2} \right] \quad (11)$$

بفرض أن $E \gg M_Z, M_W$ و أن $\cos \theta_w = M_W / M_Z$ يمكن اختصار العلاقة (11) الى الصيغة التالية:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{8\alpha^2 E^2}{\sin^4 2\theta_w M_Z^4} \left[\left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_w \right)^2 \cos^4 \frac{\theta}{2} + \sin^4 \theta_w \sin^4 \frac{\theta}{2} + 2 \sin^2 \theta_w \cos^4 \frac{\theta}{2} \right] \quad (12)$$

وهذا يتفق مع المرجع [10].

نلاحظ من العلاقة الأخيرة أن لزاوية التبعثر كما لزاوية الخلط الضعيفة تأثيراً على المقطع العرضي التفاضلي. سوف نركز جهدنا على دراسة تأثير زاوية الخلط الضعيفة على المقطع العرضي التفاضلي للتفاعل $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$. نقوم اولاً بمكاملة العلاقة الاخيرة (12) مستفيدين من كون $d\Omega = 4\pi d(\cos \theta)$ فنجد:

$$\sigma^{\nu_e \bar{\nu}_e} = \frac{32\pi\alpha^2 E^2}{3\sin^4 2\theta_w M_Z^4} \left[4\sin^4 \theta_w + 2\sin^2 \theta_w + \frac{1}{2} \right] \quad (13)$$

نحسب قيم المقطع العرضي من خلال العلاقة الأخيرة بمساعدة العلاقة المثلية:

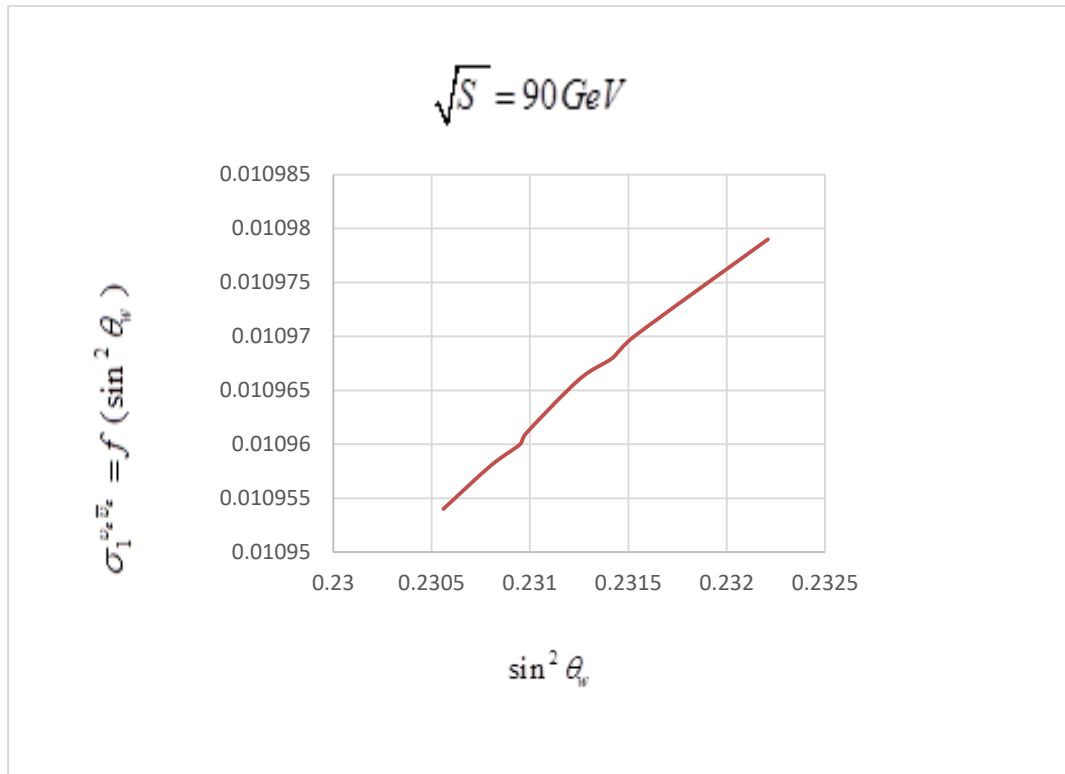
$$\sin^4 2\theta_w = 16\sin^4 \theta_w \cos^4 \theta_w = 16\sin^2 \theta_w (1 - \sin^2 \theta_w)^2$$

من أجل معرفة تأثير ثابت الخلط على المقطع العرضي عند كل قيمة للطاقة نملئ الجدول التالي (1) معتمدين على القيم العددية لكتل البوزونات وعلى قيم ثابت الخلط الضعيف الواردة في المرجعين [4،8]:

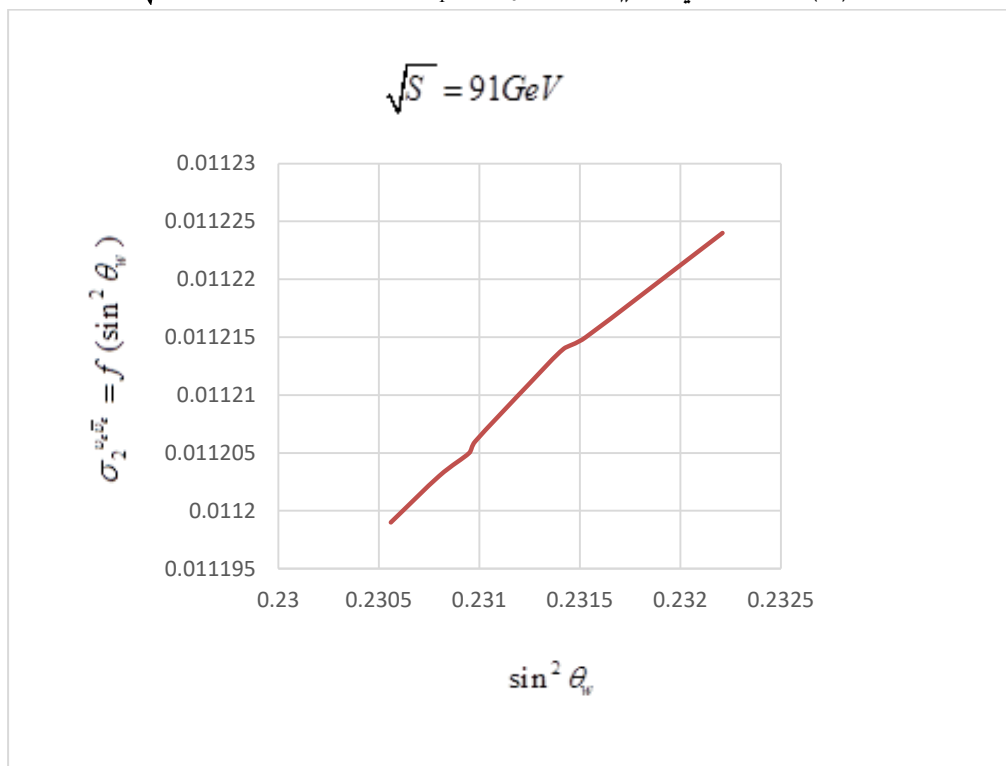
الجدول (1): دراسة تغير المقطع العرض بتابعة زاوية الخلط الضعيفة:

\sqrt{s} (Gev)	90	91	93	94
$\sin^2 \theta_w$	$\sigma_1^{\nu_e \bar{\nu}_e}$	$\sigma_2^{\nu_e \bar{\nu}_e}$	$\sigma_3^{\nu_e \bar{\nu}_e}$	$\sigma_4^{\nu_e \bar{\nu}_e}$
0.23056	0.010954	0.011199	0.011696	0.011949
0.23080	0.010958	0.011203	0.011701	0.011951
0.23095	0.010960	0.011205	0.011703	0.011956
0.23098	0.010961	0.011206	0.011704	0.011957
0.23125	0.010966	0.011211	0.011709	0.011962
0.23142	0.010968	0.011214	0.011712	0.011965
0.23153	0.010970	0.011215	0.011714	0.011967
0.23221	0.010979	0.011224	0.011723	0.011976

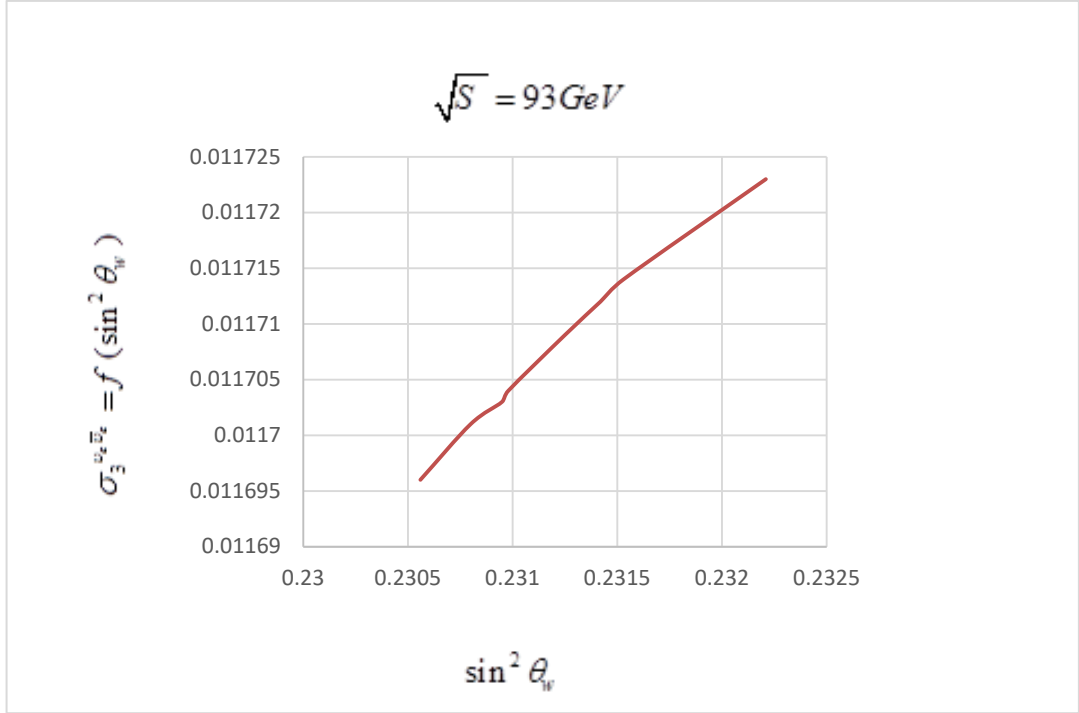
لمعرفة العلاقة بين المقطع العرضي وزاوية الخلط الضعيفة نقوم الآن برسم المنحنيات البيانية للعلاقة $\sigma_i^{\nu_e \bar{\nu}_e} = f(\sin^2 \theta_w), i=1,2,3,4$ من أجل قيم \sqrt{s} المختلفة وذلك باستخدام برنامج الأكسل فنحصل على الأشكال الأربعة التالية.:



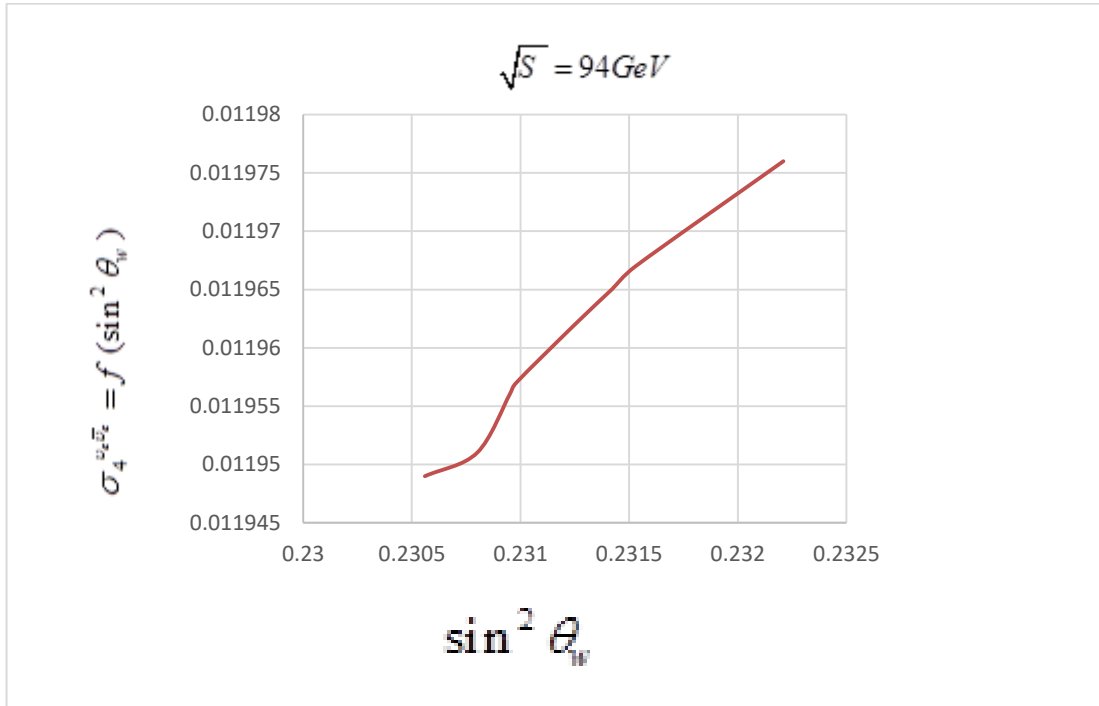
شكل (2): يمثل المنحني $\sigma_1^{\nu_e \bar{\nu}_e} = f(\sin^2 \theta_w)$ من أجل $\sqrt{S} = 90 GeV$



شكل (٣) يمثل المنحني $\sigma_2^{\nu_e \bar{\nu}_e} = f(\sin^2 \theta_w)$ من أجل $\sqrt{S} = 91 GeV$

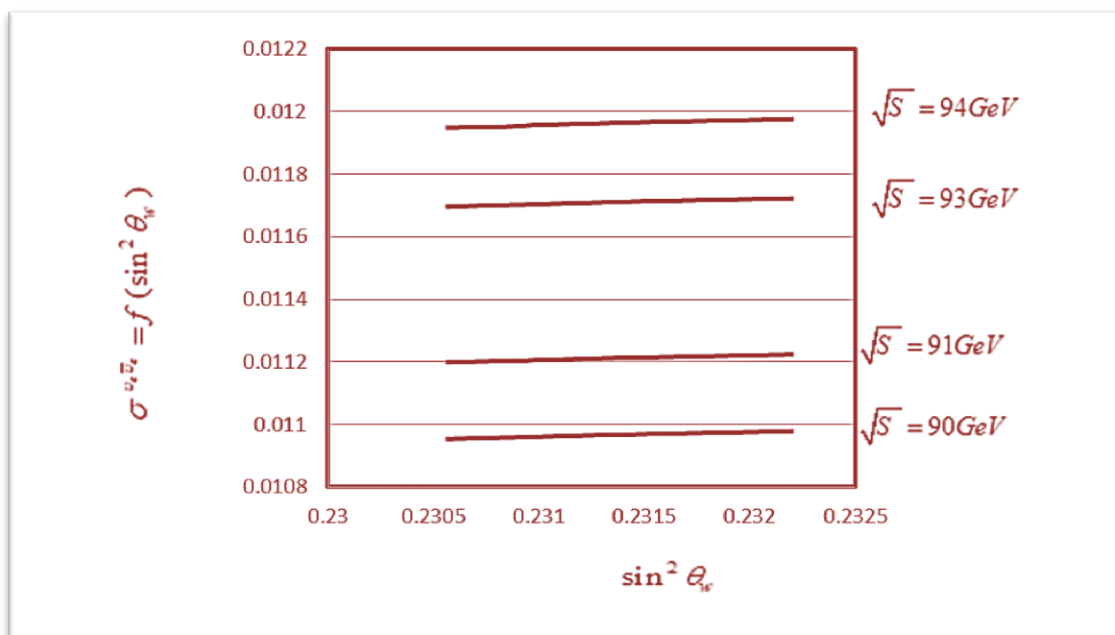


شكل (٤) يمثل المنحني $\sigma_3^{\nu_e \bar{\nu}_e} = f(\sin^2 \theta_w)$ من أجل $\sqrt{S} = 93 GeV$



شكل (٥) يمثل المنحني $\sigma_4^{\nu_e \bar{\nu}_e} = f(\sin^2 \theta_w)$ من أجل $\sqrt{S} = 94 GeV$

نقوم الآن بتجميع الأشكال الأربعة السابقة في مستوى واحد فنحصل على الشكل (٥)



شكل (6) يمثل المنحني $\sigma_i^{\nu_e \bar{\nu}_e} = f(\sin^2 \theta_w)$, $i = 1, 2, 3, 4$ من أجل $\sqrt{S} = 90, 91, 93, 94 \text{ GeV}$ على الترتيب

النتائج والمناقشة:

1- تبيّن الأشكال الأربعة السابقة أن قيمة المقطع العرضي تتزايد مع تزايد قيمة زاوية الخلط الضعيفة من أجل قيمة محددة للطاقة \sqrt{S} والعكس صحيح. بتعبير آخر يمكن القول بان العلاقة بين المقطع العرضي للتفاعل المدروس وبين زاوية الخلط الضعيفة يمكن القول عنه علاقة خطية لولا وجود نتوئين الأول يقابل زاوية الخلط الضعيفة 0.2315 والثاني يقابل زاوية الخلط الضعيفة 0.2310.

٢- نلاحظ أيضاً أنّ النتوء الأول يختفي بالتدرّج مع تزايد قيمة طاقة مركز الكتلة حتى يختفي نهائياً من أجل الطاقة $\sqrt{S} = 94 \text{ GeV}$ ، في حين أن النتوء الثاني يكبر ويكاد يشوه العلاقة الخطية عند الطاقة $\sqrt{S} = 94 \text{ GeV}$ كما هو ملاحظ من الشكل (5).

٣- يبيّن الشكل (5) أن قيم المقطع العرضي للتفاعل $e^- e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ المقابلة لزاوية خلط محددة تزداد بازدياد الطاقة \sqrt{S} وتتناقص بتناقصها.

التوصيات:

نوصي بالتوسع بالبحث ليشمل دراسة المقطع العرضي للتفاعل $e^+ e^- \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$ بعيداً عن ذروة البوزون Z- مع دراسة العلاقة $\sigma_i(nb) = f(\sqrt{s})$ من أجل كل زاوية خلط ضعيفة.

Reference

- [1] ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, and SLD Collaborations, *LEP and SLD Electroweak Working Groups, Precision electroweak measurements on the Z resonance*, Phys. Rept. 427 (2006) 257, arXiv: hep-ex/0509008 [hep-ex].
- [٢] CDF Collaboration, *First Measurement of the Angular Coefficients of Drell-Yan $e+e$ pairs in the Z Mass Region from $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV*, Phys. Rev. Lett. 106 (2011) 241801, arXiv: 1103.5699 [hep-ex].
- [٣] G. Bellini et al. (Borexino Collaboration), *"Precision Measurement of the 7Be Solar Neutrino Interaction Rate in Borexino"*, Phys. Rev. Lett. 107, 141302 (2011)
- [٤] The GFITTER Group, *The electroweak fit of the standard model after the discovery of a new boson at the LHC*, Eur. Phys. J. C72 (2012) 2205, arXiv: 1209.2716 [hep-ph].
- [٥] I.K.S. Kumar, Sonny Mantry, W.J. Marciano, P.A. Souder : *Low-Energy Measurements of the Weak Mixing Angle*. arXiv:1302.6263v2 [hep-ex] 25 Mar 2013.
- [٦] G. Bellini et al. (Borexino Collaboration), *"Neutrinos from the primary proton-proton fusion process in the Sun"*, Nature 512:383 (2014)"; arXiv:1308.0443v2 [hep-ex]
- [٧] Chao-His Chang et al, *Neutrino Production via e^-e^+ Collision at Z-boson Peak (2014)*. <https://arxiv.org/abs/1404.2022v1>
- [٨] CMS Collaboration, *Measurement of the weak mixing angle using the forward-backward asymmetry of Drell-Yan events in pp collisions at 8 TeV*, submitted to Eur. Phys. J. C. (2018), arXiv: 1806.00863 [hep-ex]
- [٩] Daniel Sobral Blanco, *PRODUCCION DE NEUTRINOS VIA COLISIONES*, Universidad Completeness de Madrid, 12 de mayo de 2018.
- [١٠] *The ATLAS Collaboration, Measurement of the effective Lepontic weak mixing angle using electron and muon pairs from Z –boson decay in the ATLAS experiment at $\sqrt{s} = 8$ TeV*, 11th July 2018; The CMS Collaboration. *Measurement of the weak mixing angle using the forward-backward asymmetry of Drell–Yan events in pp collisions at 8 TeV*(EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH (CERN)). arXiv:1806.00863v2 [hep-ex] 4 Sep 2018(CERN–EP–2018)