

دراسة حركية تحريكية لمنظومة مستوية مولدة بالآلية السباعية

د. مصطفى الحسن *

علاء خلوف **

(تاريخ الإيداع ٦/١١/٢٠٢٤ - تاريخ النشر ٩/٢٤/٢٠٢٤)

□ ملخص □

تماشياً مع متطلبات الثورة الروبوتية المتزايدة، وظهور الحاجة إلى آليات جديدة، أصبح من المهم الفهم الدقيق وإجراء توصيف رياضي لحركات الآليات الأكثر استخداماً في عصرنا الحالي، ومنها الآلية السباعية التي تم التركيز عليها في العديد من الدراسات الحديثة.

في هذا البحث، أجريت دراسة لمنظومة مستوية مولدة بالآلية السباعية، حيث اعتمدت الدراسة على التحليل الرياضي والبرامج الحاسوبية كبرنامج *Mathematica* وبرنامج *Matlab* وبرنامج *Solid Works* وذلك من أجل الحصول على توصيف رياضي للآلية ودراستها من الناحيتين الحركية والتحريكية.

باستخدام الدراسة الرياضية التحليلية والمصفوفات تم التوصل إلى توصيف دقيق لعلاقات الانزياح الزاوي والسرعة الزاوية والتسارع الزاوي لكل نقاط المنظومة، كما تم إجراء محاكاة حاسوبية لحركة المنظومة بمرور الزمن.

كلمات مفتاحية: آلية سباعية، سرعة، تسارع، حركة، تحريك.

*دكتور - قسم الميكانيك - كلية العلوم - جامعة حمص

**طالب دكتوراه - دكتور - قسم الميكانيك - كلية العلوم - جامعة حمص

A Kinematic and Dynamic Study of a Planar System Generated by Seven Bar – Mechanism

Dr.mustafa AL- Hasan*

Alaa khallouf**

(Received 11/6/2024.Accepted 24/9/2024)

□ABSTRACT □

With the increasing requirements of the Robotics uprising, and the need to new mechanisms. It has been important to understand accurately and perform a mathematical description to the movements of the most used mechanisms these days.

In this research, a study of a planar system generated by seven bar-mechanism was conducted. Since the study depended up on the mathematical analysis and computer programs like: Mathematica, Matlab, and Solid Works. In order to attain a mathematical description of the mechanism and study both the kinematical and dynamic sides.

Using the mathematical analyzing study and matrices, an accurate description of the angular displacement, velocity and acceleration for every point of the mechanism. Also, a computer simulation of the mechanism movement according to the time was done.

Key words: Seven bar Mechanism, velocity, acceleration, Kinematics, Dynamics.

*Doctor-department of mechanics- Faculty of Science, Homs University.

**PhD student- department of mechanics, Faculty of Science, Homs University.

١. مقدمة:

الآلة ببساطة هي جهاز يتلقى الطاقة في بعض الأشكال المتاحة ويستخدمها للقيام بنوع معين من العمل أو يمكن اعتبار الآلة بمثابة عامل لنقل الطاقة أو تعديلها. [1]
هي مجموعة من المكونات التي يمكنها تحويل الطاقة بطريقة خاضعة للرقابة وتكون قادرة على أداء عمل مفيد. تتكون الآلة من عدد من الوصلات المرتبطة حركياً.
وهي عبارة عن مزيج من الأجسام المقاومة (وصلات أو عناصر) مع حركات نسبية مفيدة بشكل جيد، والتي تستخدم لتحويل أشكال أخرى من الطاقة إلى طاقة ميكانيكية أو تحويل وتعديل الطاقة المتاحة للقيام بنوع معين من العمل.

تصنيف الآلات: [1]

١- آلات توليد الطاقة الميكانيكية: وهي تقوم بتحويل أشكال الطاقة الأخرى إلى طاقة ميكانيكية.

٢- آلات تحويل الطاقة الميكانيكية إلى أشكال أخرى من الطاقة: وتعرف بالآلات التحويل، ومنها: المولدات الكهربائية، ومضخات الهواء، والمضخات الهيدروليكية وغيرها.

٣- آلات استغلال الطاقة الميكانيكية في أداء الأعمال المفيدة: كالمخرطة وآلات التشغيل الأخرى.

يتطلب تحويل الطاقة وتعديلها داخل الآلة إدراج عدد من الأجزاء (الوصلات أو العناصر) التي تم اختيارها بحيث تنتج الحركة المطلوبة وتحمل بأمان القوى التي تتعرض لها حتى تتمكن الآلة من أداء مهمتها بنجاح.

تندرج دراسة الحركة النسبية بين الأجزاء المختلفة للآلة، والقوى المؤثرة عليها، ضمن مجال (نظرية الآلات) ويمكن تعريف نظرية الآلات بأنها ذلك الفرع من العلوم الهندسية الذي يتناول دراسة الحركة النسبية بين عناصر الآلات المختلفة والقوى المؤثرة عليها.

الفرق بين الآلة والآلية: [1]

في علم الحركة، تعد الآلية وسيلة لنقل الحركة النسبية أو التحكم فيها أو تقييدها. ويكون الموضوع الأساسي للآليات هو الأجسام الصلبة المرتبطة ببعضها البعض عن طريق

المفاصل، ويمكن تعريفها أيضاً على أنها مجموعة من الأجسام المقاومة التي تتشكل وتتصل بطريقة تسمح بحركة نسبية محددة بينها.

أما الآلة فهي مجموعة من الأجسام الصلبة أو المقاومة، المشكلة والمتصلة بحيث تتحرك بحركات نسبية محددة مع بعضها البعض، ومن وظائف الآلة: نقل القوة ونقل الحركة النسبية المحددة، ويُطبَّق مصطلح الآلية على مجموعة الأجسام الهندسية التي تشكل آلة أو جزءاً من آلة.

ومن الأمثلة البسيطة للآلة والآلية محرك الاحتراق الداخلي وآلية الكرنك المنزلق، حيث تعمل آلية الكرنك المنزلق على تحويل الحركة الدورانية للكرنك إلى حركة انسحابية للمنزلق، ففي محرك الاحتراق الداخلي تُستخدم الآلية نفسها لتحويل الطاقة الميكانيكية المتاحة عند المكبس إلى عزم الدوران المطلوب عند عمود الكرنك.

التحليل الحركي للآلية:

لكل آلية مخرجات خاصة بها عند تشغيلها، ويتم تحليل الآلية عن طريق حساب الموقع والسرعة والتسارع في نقاط مختلفة على الآليات، ومن أجل تحليل السرعة والتسارع عند أية نقطة من الآلية لا نحتاج إلى حساب القوى والضغط المؤثرة في أجزاء الآلية. وبمعنى آخر، عند تحليل حركة آلية معينة، لا نحتاج إلى النظر في مساحة المقطع العرضي أو قوة الأجزاء في تلك الآلية. كما أنه لا يهم ما إذا كانت الأجزاء مصنوعة من الحديد الزهر أو الخشب أو أي شيء آخر لدراستها وتحليل حركتها.

كينيماتيكا (حركة) الآلية:

تتضمن دراسة الحركات النسبية بين الأجزاء المختلفة من الآلية، دون النظر إلى القوى الناتجة عن الحركة في الأجزاء، إنها الدراسة من وجهة النظر الهندسية التي يمكننا من خلالها معرفة الإزاحة والسرعة والتسارع عند النقاط المختلفة من أجزاء الآلية.

ديناميك (تحريك) الآلية:

يتضمن حسابات القوى المؤثرة على أجزاء مختلفة من الآلية، حيث يمكن تقسيم القوى المؤثرة على الآلية إلى سكونية وحركية. في حالة القوى السكونية، تتم دراسة القوى عندما تكون جميع أجزاء الآليات في حالة توازن، حيث يتم في علم الحركة دراسة قوى القصور الذاتي التي قد تحدث بسبب اتحاد الكتلة وحركة الأجزاء.

أهمية البحث:

ساهم استخدام الأسلوب التحليلي في إيجاد أدوات مفيدة لحل مسائل معقدة ومعرفة الإزاحة والسرعة والتسارع عند النقاط المختلفة من أجزاء الآلية. يوفر التحليل الرياضي لأي آلية جديدة الفهم العميق لحركة الآلة ويعطي فكرة جيدة حول المجالات التي يمكن استثمار الآلة فيها كعلم لروبوت والروافع وغيرها.

الدراسات المرجعية:

• في عام ١٩٩٦، قام *Gossem [2]* بتطوير نظام ذي سبع وصلات بإضافة كرنك (عمود مرفق) إلى ميكانيزم *Watt* ذي الوصلات الستة لتكوين ميكانيزم مستوي بثلاث أرجل مع وصلة ثلاثية واحدة وحل حركتها ومواصفاتها.

• وفي عام ٢٠٠٦، استخدم *Tong [3]* سمة المسارات المتعامدة للبحث في ميكانيزم ذي سبعة قضبان وثلاث حلقات والذي تم تطويره من نظام *Stephanson III* ذي الوصلات الست.

• وفي عام ٢٠١٠، قام الباحثان *Guowu Wei* و *A. Bahmani Jian S. Dai* [4] بتحليل هندسي وحركي (كينماتيكي) لميكانيزم مؤلف من سبعة قضبان ذي ثلاث مفاصل ثابتة دورانية مركبة، حيث تم اعتماد نظام تصنيف قائم على معيار قابلية الدوران بأنواعه المختلفة مستخرج من التغيرات في بارامترات الوصلة.

وقد تم تطوير معادلات الصيغة باستخدام معادلتين تحليليتين للقضبان الأربعة على الترتيب من أجل التحليل الهندسي للميكانيزم.

• تم التوصل من خلال البحث إلى المصفوفات اليعقوبية للميكانيزم، وعرض التحليل الحركي له، من أجل اختبار فضاء العمل والتفرد والتوزيع الإيزوتروبي.

• قدّم *Vaddi و Seth* [5-6] سمة توليد التوابع القابلة للبرمجة. ففي البداية درساً ميكانيزماً ذا خمسة قضبان ودرجتي حرية والتي تعد القاعدة التي على أساسها يمكن تركيب ميكانيزمات توليد توابع قابلة للبرمجة. وفي التقارير المتعلقة بذلك نوقشت الاعتبارات التصميمية والكينماتيك المقرر وأبعاد الوصلات، ونقاط الوصل وتم اختيار الدخل التحكمي.

في المرحلة الثانية بحث *Vaddi و Seth* في مولدة توابع قابلة للبرمجة لنقل الخرج، ذات سبع قضبان.

• كشف *Herman* [7] عن ميكانيزم تشغيل بمساعدة الحاسب *CAM* هجين، يعطي هذا الميكانيزم مرونة إضافية للنظام، ويتطلب فقط طاقة عظمى صغيرة وعزم أعظمي صغير من محرك السيرفو.

لتحقيق الدرجة نفسها من المرونة في فترة الاستقرار يحتاج الحل الهجين على الأقل قيمة أسية واحدة أقل من الطاقة العظمى من محرك السيرفو إلى الحل الهجين.

• افترض *Kirecci و Dugler* [8,9] مفعلاً هجيناً وتحديداً ترتيب مؤلف من ميكانيزم ذي سبع وصلات ودرجتي حرية مسطح (مستوي) بمحركين أحدهما ذو سرعة ثابتة والآخر سيرفو.

لقد درس السلوك الديناميكي للمفعل الهجين بتطبيق محاكاة عددية للمنظومة ككل.

علاوةً على ذلك، تم تطبيق ميكانيك لاغرانج لاشتقاق معادلات الحركة. كما تم تمثيل ما طُوّر باستخدام نظام التحكم التكامل التفاضلي التناسبي *PID* فيما يخص قدرة النموذج وذلك تبعاً لنتائج المحاكاة.

يمكن للمفعل الهجين أن يوفر مقداراً كبيراً من الطاقة عندما يتم تخفيض عزم عطالته إلى الحد الأدنى المطلوب.

تعتمد الكلفة الأولية للمفعل على الطاقة المطلوبة للآلة المعطاة، وتبين أن متطلبات الطاقة الأعلى تنقص الكلفة النسبية للمفعل الهجين إذا ما قورنت بنظام قيادة سيرفو مباشر.

خلال الدراسات المرجعية السابقة تم التركيز على عدة نقاط منها:

- زيادة عدد الوصلات.
 - التحكم بالسرعة.
 - دراسة حركة الميكانيزمات.
 - الدراسة التحليلية الرياضية للميكانيزمات.
 - توصيل عدة ميكانيزمات للحصول على ميكانيزم جديد.
 - التحكم بالتسارع.
 - تغيير أشكال الحلقات وعددها.
 - تغيير عدد المفاصل الثابتة.
 - تطبيق الميكانيزمات على الأذرع الروبوتية.
 - إيجاد العلاقات الرياضية والمصفوفات الناظمة للميكانيزمات المدروسة.
- ومنه تم التوصل إلى هدف البحث.

٢. هدف البحث:

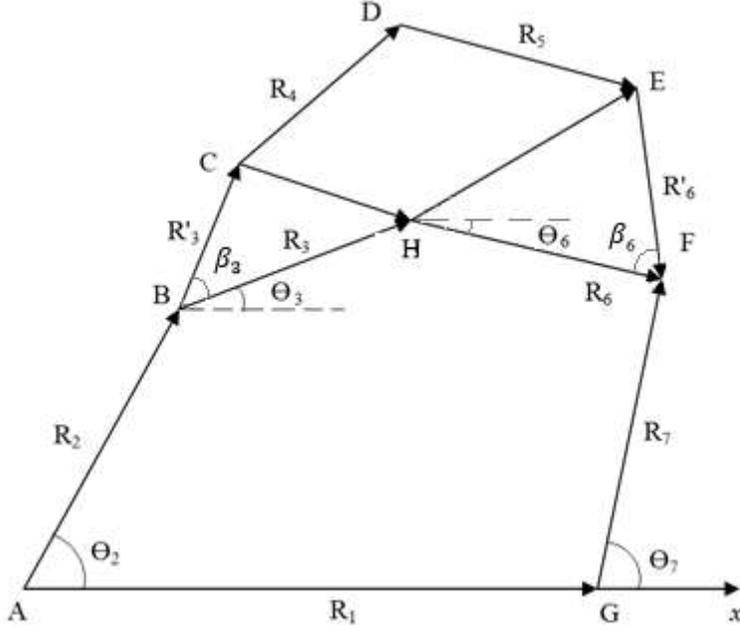
الحصول على توصيف رياضي دقيق للإزاحة والسرعة والتسارع لمنظومة مستوية مولدة بالآلية السباعية.

٣. مواد وطرق البحث:

اعتمدت الدراسة على المصفوفات، والتحليل الرياضي، وبعض البرامج الحاسوبية المساعدة، حيث تم استخدام برنامج *Mathematica* من أجل تبسيط العلاقات الرياضية وإيجاد الحلول المختزلة، كما تم استخدام برنامج *Matlab* للحصول على مخطط تمثيلي للمنظومة، وتم رسمها أيضاً باستخدام برنامج *Solid Work*، لمحاكاة حركتها كما هي في الواقع واستنتاج النقط التي تمثل مسار الحركة.

٤. الآلة السباعية:

ليكن لدينا آلة سباعية موصفة بالشكل التالي:



الشكل (١) - مخطط شعاعي للآلة السباعية المدروسة

تتكون الآلة من سبعة أجسام (متضمنةً الجسم الثابت) وهي

A, B, C, D, E, F, G, H وثمانية مفاصل دورانية $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7$

نريد حساب الانزياح الزاوي للزوايا $\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$

حساب θ_3

لدينا العلاقة الشعاعية التالية التي تعبر عن موضع النقطة H:

$$\begin{aligned}\vec{AH} &= \vec{AB} + \vec{BH} \\ \vec{AH} &= \begin{pmatrix} R_2 \cos \theta_2 \\ R_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_3 \cos \theta_3 \\ R_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix} \\ \vec{AH} &= \begin{pmatrix} R_2 \cos \theta_2 + R_3 \cos \theta_3 \\ R_2 \sin \theta_2 + R_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

كما لدينا العلاقة الشعاعية التالية التي تعبر عن موضع النقطة F:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GF} \\ \overrightarrow{AF} &= \begin{pmatrix} R_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_7 \cos \theta_7 \\ R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AF} &= \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 \\ R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

ونريد إيجاد إحداثيات الشعاع \overrightarrow{HF} :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HF} &= \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AH} \\ \overrightarrow{HF} &= \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 - R_2 \cos \theta_2 - R_3 \cos \theta_3 \\ R_7 \sin \theta_7 - R_2 \sin \theta_2 - R_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

ونعلم أن جداء شعاع بمراقفه ينتج عنه مربع طويلته:

$$(\overrightarrow{HF})^T \cdot \overrightarrow{HF} = R_6^2$$

$$\begin{aligned}(R_1 - \cos(\theta_2)R_2 - \cos(\theta_3)R_3 + \cos(\theta_7)R_7)^2 \\ + (\sin(\theta_2)R_2 + \sin(\theta_3)R_3 - \sin(\theta_7)R_7)^2 = R_6^2 \dots (1)\end{aligned}$$

نريد حساب θ_3 باتباع أسلوب حساب ظل نصف الزاوية

$$t = \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right); \sin \theta_3 = \frac{2t}{1+t^2}; \cos \theta_3 = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

بعد التعويض والاختزال حاسبياً باستخدام برنامج Mathematica نتجت المعادلة

التالية:

$$\frac{N-L}{2}t^2 + Mt + \frac{N+L}{2} = 0$$

حيث الثوابت N,L,M لها الشكل التالي:

$$\begin{aligned}N &= 2(R_1(2R_7 \cos(\theta_7) - 2R_2 \cos(\theta_2)) - 2R_2 R_7 \cos(\theta_2 - \theta_7) + R_1^2 \\ &\quad + R_2^2 + R_3^2 - R_6^2 + R_7^2)\end{aligned}$$

$$L = -\epsilon R_3(-R_2 \cos(\theta_2) + R_7 \cos(\theta_7) + R_1)$$

$$M = \epsilon R_2 R_3 \sin(\theta_2) - 4R_3 R_7 \sin(\theta_7)$$

والحل الأخير يكون له الشكل التالي:

$$\theta_3 = 2 \arctan\left(\frac{-M \pm \sqrt{M^2 - N^2 + L^2}}{N-L}\right)$$

حساب θ_6 :

لدينا العلاقة الشعاعية التالية التي تعبر عن موضع النقطة H:

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{HF}$$

$$\overrightarrow{AH} = \begin{pmatrix} R_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_7 \cos \theta_7 \\ R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R_6 \cos \theta_6 \\ R_6 \sin \theta_6 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AH} = \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 - R_6 \cos \theta_6 \\ R_7 \sin \theta_7 - R_6 \sin \theta_6 \end{pmatrix}$$

ونريد إيجاد إحداثيات الشعاع \overrightarrow{BH}

$$\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BH} = \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 - R_6 \cos \theta_6 - R_2 \cos \theta_2 \\ R_7 \sin \theta_7 - R_6 \sin \theta_6 - R_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

ونعلم أن جداء شعاع بمراقفه ينتج عنه مربع طويلته:

$$(\overrightarrow{BH})^T \cdot \overrightarrow{BH} = R_3^2$$

$$(R_1 - \cos(\theta_2)R_2 - \cos(\theta_6)R_6 + \cos(\theta_7)R_7)^2 + (\sin(\theta_2)R_2 + \sin(\theta_6)R_6 - \sin(\theta_7)R_7)^2 = R_3^2 \dots (2)$$

نريد حساب θ_6 باتباع أسلوب حساب ظل نصف الزاوية:

$$t = \tan\left(\frac{\theta_6}{2}\right); \sin \theta_6 = \frac{2t}{1+t^2}; \cos \theta_6 = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\frac{N-L}{2}t^2 + Mt + \frac{N+L}{2} = 0$$

حيث الثوابت N,L,M لها الشكل التالي:

$$N = 2(R_1(2R_7 \cos(\theta_7) - 2R_2 \cos(\theta_2)) - 2R_2 R_7 \cos(\theta_2 - \theta_7) + R_1^2 + R_2^2 - R_3^2 + R_6^2 + R_7^2)$$

$$L = -4R_6(-R_2 \cos(\theta_2) + R_7 \cos(\theta_7) + R_1)$$

$$M = 4R_2 R_6 \sin(\theta_2) - 4R_6 R_7 \sin(\theta_7)$$

والحل الأخير يكون له الشكل التالي:

$$\theta_6 = 2 \arctan\left(\frac{-M \pm \sqrt{M^2 - N^2 + L^2}}{N - L}\right)$$

حساب θ_4 :

لدينا العلاقة الشعاعية التالية التي تعبر عن موضع النقطة D:

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} R_2 \cos \theta_2 \\ R_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \\ R_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_4 \cos \theta_4 \\ R_4 \sin \theta_4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} R_2 \cos \theta_2 + R_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) + R_4 \cos \theta_4 \\ R_2 \sin \theta_2 + R_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) + R_4 \sin \theta_4 \end{pmatrix}$$

كما لدينا العلاقة الشعاعية التالية التي تعبر عن موضع النقطة E:

$$\vec{AE} = \vec{AG} + \vec{GF} - \vec{EF}$$

$$\vec{AE} = \begin{pmatrix} R_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_7 \cos \theta_7 \\ R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \\ R_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \end{pmatrix}$$

$$\vec{AE} = \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 - R_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \\ R_7 \sin \theta_7 - R_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \end{pmatrix}$$

ونريد إيجاد إحداثيات الشعاع \vec{DE} :

$$\vec{DE} = \vec{AE} - \vec{AD}$$

$$\vec{DE}$$

$$= \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 - R_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) - R_2 \cos \theta_2 - R_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) - R_4 \cos \theta_4 \\ R_7 \sin \theta_7 - R_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) - R_2 \sin \theta_2 - R_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) - R_4 \sin \theta_4 \end{pmatrix}$$

ونعلم أن جداء شعاع بمرافقه ينتج عنه مربع طويلته:

$$(\vec{DE})^T \cdot \vec{DE} = R_5^2$$

$$(-R_1 + \cos(\theta_2)R_2 + \cos(\theta_4)R_4 - \cos(\theta_7)R_7 + \cos(\beta_3 + \theta_3)R'_3 + \cos(\beta_6 - \theta_6)R'_6)^2 + (\sin(\theta_2)R_2 + \sin(\theta_4)R_4 - \sin(\theta_7)R_7 + \sin(\beta_3 + \theta_3)R'_3 - \sin(\beta_6 - \theta_6)R'_6)^2 = R_5^2 \dots (3)$$

نريد حساب θ_4 باتباع أسلوب حساب ظل نصف الزاوية:

$$t = \tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right); \sin \theta_4 = \frac{2t}{1+t^2}; \cos \theta_4 = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\frac{N-L}{2}t^2 + Mt + \frac{N+L}{2} = 0$$

حيث الثوابت N,L,M لها الشكل التالي:

$$N = 2(-2R_1(R'_3 \cos(\beta_3 + \theta_3) + R'_6 \cos(\beta_6 - \theta_6) + R_2 \cos(\theta_2) - R_7 \cos(\theta_7)) - 2R_7 R'_3 \cos(\beta_3 + \theta_3 - \theta_7) - 2R_7 R'_6 \cos(\beta_6 - \theta_6 + \theta_7) + 2R'_3 R'_6 \cos(\beta_3 + \beta_6 + \theta_3 - \theta_6) + R_2(2R'_3 \cos(\beta_3 - \theta_2 + \theta_3) + 2R'_6 \cos(\beta_6 + \theta_2 - \theta_6) - 2R_7 \cos(\theta_2 - \theta_7)) + (R'_3)^2 + (R'_6)^2 + R_1^2 + R_2^2 + R_4^2 - R_5^2 + R_7^2)$$

$$L = 4R_4(R'_3 \cos(\beta_3 + \theta_3) + R'_6 \cos(\beta_6 - \theta_6) + R_2 \cos(\theta_2) - R_7 \cos(\theta_7) - R_1)$$

$$M = 4R_4 R'_3 \sin(\beta_3 + \theta_3) - 4R_4 R'_6 \sin(\beta_6 - \theta_6) + 4R_2 R_4 \sin(\theta_2) - 4R_7 R_4 \sin(\theta_7)$$

والحل الأخير يكون له الشكل التالي:

$$\theta_4 = 2 \arctan\left(\frac{-M \pm \sqrt{M^2 - N^2 + L^2}}{N - L}\right)$$

حساب θ_5 :

لدينا العلاقة الشعاعية التالية التي تعبر عن موضع النقطة C:

$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{AB} + \vec{BC} \\ \vec{AC} &= \begin{pmatrix} R_2 \cos \theta_2 \\ R_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{R}_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \\ \dot{R}_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \end{pmatrix} \\ \vec{AC} &= \begin{pmatrix} R_2 \cos \theta_2 + \dot{R}_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \\ R_2 \sin \theta_2 + \dot{R}_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

كما لدينا العلاقة الشعاعية التالية التي تعبر عن موضع النقطة D:

$$\begin{aligned}\vec{AD} &= \vec{AG} + \vec{GF} - \vec{EF} - \vec{DE} \\ \vec{AD} &= \begin{pmatrix} R_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_7 \cos \theta_7 \\ R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{R}_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \\ \dot{R}_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R_5 \cos \theta_5 \\ R_5 \sin \theta_5 \end{pmatrix} \\ \vec{AD} &= \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 - \dot{R}_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) - R_5 \cos \theta_5 \\ R_7 \sin \theta_7 - \dot{R}_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) - R_5 \sin \theta_5 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

ونريد إيجاد إحداثيات الشعاع \vec{CD} :

$$\begin{aligned}\vec{CD} &= \vec{AD} - \vec{AC} \\ \vec{CD} &= \begin{pmatrix} R_1 + R_7 \cos \theta_7 - \dot{R}_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) - R_5 \cos \theta_5 - R_2 \cos \theta_2 - \dot{R}_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \\ R_7 \sin \theta_7 - \dot{R}_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) - R_5 \sin \theta_5 - R_2 \sin \theta_2 - \dot{R}_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

ونعلم أن جداء شعاع بمرافقه ينتج عنه مربع طويلته:

$$\begin{aligned}(\vec{CD})^T \cdot \vec{CD} &= R_4^2 \\ (-R_1 + \cos(\theta_2)R_2 + \cos(\theta_5)R_5 - \cos(\theta_7)R_7 + \cos(\beta_3 + \theta_3)R'_3 \\ &+ \cos(\beta_6 - \theta_6)R'_6)^2 \\ &+ (\sin(\theta_2)R_2 + \sin(\theta_5)R_5 - \sin(\theta_7)R_7 + \sin(\beta_3 \\ &+ \theta_3)R'_3 - \sin(\beta_6 - \theta_6)R'_6)^2 = R_4^2 \dots (4)\end{aligned}$$

نريد حساب θ_5 باتباع أسلوب حساب ظل نصف الزاوية:

$$t = \tan\left(\frac{\theta_5}{2}\right); \sin \theta_5 = \frac{2t}{1+t^2}; \cos \theta_5 = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\frac{N-L}{2}t^2 + Mt + \frac{N+L}{2} = 0$$

حيث الثوابت N,L,M لها الشكل التالي:

$$\begin{aligned} N = & 2(-2R_1(R'_3 \cos(\beta_3 + \theta_3) + R'_6 \cos(\beta_6 - \theta_6) + R_2 \cos(\theta_2) \\ & - R_7 \cos(\theta_7)) - 2R_7 R'_3 \cos(\beta_3 + \theta_3 - \theta_7) \\ & - 2R_7 R'_6 \cos(\beta_6 - \theta_6 + \theta_7) + 2R'_3 R'_6 \cos(\beta_3 + \beta_6 \\ & + \theta_3 - \theta_6) + R_2(2R'_3 \cos(\beta_3 - \theta_2 + \theta_3) \\ & + 2R'_6 \cos(\beta_6 + \theta_2 - \theta_6) - 2R_7 \cos(\theta_2 - \theta_7)) \\ & + (R'_3)^2 + (R'_6)^2 + R_1^2 + R_2^2 - R_4^2 + R_5^2 + R_7^2) \\ L = & 4R_5(R'_3 \cos(\beta_3 + \theta_3) + R'_6 \cos(\beta_6 - \theta_6) + R_2 \cos(\theta_2) \\ & - R_7 \cos(\theta_7) - R_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M = & \varepsilon R_5 R'_3 \sin(\beta_3 + \theta_3) - 4R_5 R'_6 \sin(\beta_6 - \theta_6) + 4R_2 R_5 \sin(\theta_2) \\ & - 4R_7 R_5 \sin(\theta_7) \end{aligned}$$

والحل الأخير يكون له الشكل التالي:

$$\theta_5 = 2 \arctan\left(\frac{-M \pm \sqrt{M^2 - N^2 + L^2}}{N - L}\right)$$

حساب θ_3 و θ_6 :

لدينا من الحلقة الأولى المغلقة:

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_7 - \vec{R}_6 - \vec{R}_3 - \vec{R}_2 = \vec{0}$$

بإسقاط العلاقة السابقة على محوري الجملة الإحداثية نحصل على:

$$R_1 + R_7 \cos \theta_7 - R_6 \cos \theta_6 - R_3 \cos \theta_3 - R_2 \cos \theta_2 = 0$$

$$R_7 \sin \theta_7 - R_6 \sin \theta_6 - R_3 \sin \theta_3 - R_2 \sin \theta_2 = 0$$

باشتقاق العلاقات السابقة:

$$-R_7 \sin \theta_7 \dot{\theta}_7 + R_6 \sin \theta_6 \dot{\theta}_6 + R_3 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 + R_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 = 0 \dots (5)$$

$$R_7 \cos \theta_7 \dot{\theta}_7 - R_6 \cos \theta_6 \dot{\theta}_6 - R_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3 - R_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 = 0 \dots (6)$$

باستخدام المصفوفات نكتب:

$$\begin{pmatrix} R_3 \sin \theta_3 & R_6 \sin \theta_6 \\ R_3 \cos \theta_3 & R_6 \cos \theta_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & R_7 \sin \theta_7 \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_7 \cos \theta_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_7 \end{pmatrix}$$

ويحل المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix} = \frac{1}{R_3 R_6 \sin(\theta_3 - \theta_6)} * \begin{pmatrix} R_6 \cos \theta_6 & -R_6 \sin \theta_6 \\ -R_3 \cos \theta_3 & R_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & R_7 \sin \theta_7 \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_7 \cos \theta_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_7 \end{pmatrix}$$

حساب $\dot{\theta}_4$ و $\dot{\theta}_5$:

لدينا من الحلقة الثانية المغلقة:

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_7 - \vec{R}'_6 - \vec{R}_5 - \vec{R}_4 - \vec{R}'_3 - \vec{R}_2 = \vec{0}$$

بإسقاط العلاقة السابقة على محوري الجملة الإحداثية نحصل على:

$$R_1 + R_7 \cos \theta_7 - R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) - R_5 \cos \theta_5 - R_4 \cos \theta_4 - R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) - R_2 \cos \theta_2 = 0$$

$$R_7 \sin \theta_7 - R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) - R_5 \sin \theta_5 - R_4 \sin \theta_4 - R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) - R_2 \sin \theta_2 = 0$$

باستقاف العلاقات السابقة:

$$R_4 \sin \theta_4 \dot{\theta}_4 + R_5 \sin \theta_5 \dot{\theta}_5 - R_7 \sin \theta_7 \dot{\theta}_7 + R_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 + R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \dot{\theta}_6 + R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \dot{\theta}_3 = 0 \dots (7)$$

$$-R_4 \cos \theta_4 \dot{\theta}_4 - R_5 \cos \theta_5 \dot{\theta}_5 + R_7 \cos \theta_7 \dot{\theta}_7 - R_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 - R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \dot{\theta}_6 - R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \dot{\theta}_3 = 0 \dots (8)$$

باستخدام المصفوفات نكتب:

$$\begin{pmatrix} R_4 \sin \theta_4 & R_5 \sin \theta_5 \\ R_4 \cos \theta_4 & R_5 \cos \theta_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & R_7 \sin \theta_7 - R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) & -R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_7 \cos \theta_7 - R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) & -R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix}$$

ويحل المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \end{pmatrix} = \frac{1}{R_4 R_5 \sin(\theta_4 - \theta_5)} * \begin{pmatrix} R_5 \cos \theta_5 & -R_5 \sin \theta_5 \\ -R_4 \cos \theta_4 & R_4 \sin \theta_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_7 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & R_7 \sin \theta_7 & -R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) & -R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_7 \cos \theta_7 & -R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) & -R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \end{pmatrix}$$

حساب $\ddot{\theta}_3$ و $\ddot{\theta}_6$:

باشتقاق العلاقات (٥) و (٦) نحصل على:

$$\begin{aligned} -R_7 \sin \theta_7 \ddot{\theta}_7 + R_6 \sin \theta_6 \ddot{\theta}_6 + R_3 \sin \theta_3 \ddot{\theta}_3 + R_2 \sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 \\ = R_7 \cos \theta_7 \dot{\theta}_7^2 - R_6 \cos \theta_6 \dot{\theta}_6^2 - R_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3^2 \\ - R_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2 \\ R_7 \cos \theta_7 \ddot{\theta}_7 - R_6 \cos \theta_6 \ddot{\theta}_6 - R_3 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_3 - R_2 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 \\ = R_7 \sin \theta_7 \dot{\theta}_7^2 - R_6 \sin \theta_6 \dot{\theta}_6^2 - R_3 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3^2 \\ - R_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 \end{aligned}$$

باستخدام المصفوفات نكتب:

$$\begin{pmatrix} R_3 \sin \theta_3 & R_6 \sin \theta_6 \\ R_3 \cos \theta_3 & R_6 \cos \theta_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & R_7 \sin \theta_7 & -R_2 \cos \theta_2 & -R_3 \cos \theta_3 & -R_6 \cos \theta_6 & R_7 \cos \theta_7 \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_7 \cos \theta_7 & R_2 \sin \theta_2 & R_3 \sin \theta_3 & R_6 \sin \theta_6 & -R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_7 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \\ \dot{\theta}_6^2 \\ \dot{\theta}_7^2 \end{pmatrix}$$

ويحل المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\begin{pmatrix} \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_6 \end{pmatrix} = \frac{1}{R_3 R_6 \sin(\theta_3 - \theta_6)} * \begin{pmatrix} R_6 \cos \theta_6 & -R_6 \sin \theta_6 \\ -R_3 \cos \theta_3 & R_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_7 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \\ \dot{\theta}_6^2 \\ \dot{\theta}_7^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & R_7 \sin \theta_7 & -R_2 \cos \theta_2 & -R_3 \cos \theta_3 & -R_6 \cos \theta_6 & R_7 \cos \theta_7 \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_7 \cos \theta_7 & R_2 \sin \theta_2 & R_3 \sin \theta_3 & R_6 \sin \theta_6 & -R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix}$$

حساب $\ddot{\theta}_4$ و $\ddot{\theta}_5$:

باشتقاق العلاقات (٧) و (٨) نحصل على:

$$\begin{aligned} & R_4 \sin \theta_4 \ddot{\theta}_4 + R_5 \sin \theta_5 \ddot{\theta}_5 - R_7 \sin \theta_7 \ddot{\theta}_7 + R_2 \sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 \\ & + R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \ddot{\theta}_6 + R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \ddot{\theta}_3 \\ & = -R_4 \cos \theta_4 \dot{\theta}_4^2 - R_5 \cos \theta_5 \dot{\theta}_5^2 + R_7 \cos \theta_7 \dot{\theta}_7^2 \\ & - R_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2 - R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \dot{\theta}_6^2 \\ & - R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \dot{\theta}_3^2 \\ & -R_4 \cos \theta_4 \ddot{\theta}_4 - R_5 \cos \theta_5 \ddot{\theta}_5 + R_7 \cos \theta_7 \ddot{\theta}_7 - R_2 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 \\ & - R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \ddot{\theta}_6 - R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \ddot{\theta}_3 \\ & = -R_4 \sin \theta_4 \dot{\theta}_4^2 - R_5 \sin \theta_5 \dot{\theta}_5^2 + R_7 \sin \theta_7 \dot{\theta}_7^2 \\ & - R_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 - R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \dot{\theta}_6^2 \\ & - R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \dot{\theta}_3^2 \end{aligned}$$

باستخدام المصفوفات نكتب:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} R_4 \sin \theta_4 & R_5 \sin \theta_5 \\ R_4 \cos \theta_4 & R_5 \cos \theta_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 \end{pmatrix} \\
 = & \begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & -R_2 \cos \theta_2 \\ R_7 \sin \theta_7 & R_7 \sin \theta_7 \\ -R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) & -R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \\ -R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) & -R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_2 \sin \theta_2 \\ -R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) & R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \\ -R_4 \cos \theta_4 & R_4 \cos \theta_4 \\ -R_5 \cos \theta_5 & R_5 \sin \theta_5 \\ -R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) & R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \\ R_7 \cos \theta_7 & -R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix}^T \\
 * & \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_7 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_6 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \\ \dot{\theta}_4^2 \\ \dot{\theta}_5^2 \\ \dot{\theta}_6^2 \\ \dot{\theta}_7^2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

ويحل المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\begin{pmatrix} \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 \end{pmatrix} = \frac{1}{R_4 R_5 \sin(\theta_4 - \theta_5)} * \begin{pmatrix} R_5 \cos \theta_5 & -R_5 \sin \theta_5 \\ -R_4 \cos \theta_4 & R_4 \sin \theta_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & -R_2 \cos \theta_2 \\ R_7 \sin \theta_7 & R_7 \sin \theta_7 \\ -R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) & -R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) \\ -R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) & -R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) \\ -R_2 \cos \theta_2 & R_2 \sin \theta_2 \\ -R'_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) & R'_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) \\ -R_4 \cos \theta_4 & R_4 \cos \theta_4 \\ -R_5 \cos \theta_5 & R_5 \sin \theta_5 \\ -R'_6 \cos(\theta_6 - \beta_6) & R'_6 \sin(\theta_6 - \beta_6) \\ R_7 \cos \theta_7 & -R_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_7 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_6 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \\ \dot{\theta}_4^2 \\ \dot{\theta}_5^2 \\ \dot{\theta}_6^2 \\ \dot{\theta}_7^2 \end{pmatrix}$$

دراسة النقطة D:

شعاع الموضع:

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} R_2 \cos \theta_2 + \dot{R}_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) + R_4 \cos \theta_4 \\ R_2 \sin \theta_2 + \dot{R}_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) + R_4 \sin \theta_4 \end{pmatrix}$$

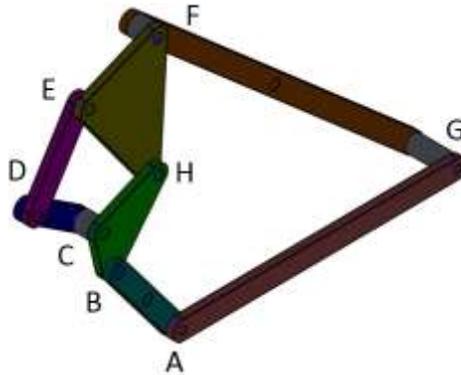
السرعة:

$$\overrightarrow{v_D} = \begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & -\dot{R}_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) & -R_4 \sin \theta_4 \\ R_2 \cos \theta_2 & \dot{R}_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) & R_4 \cos \theta_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{pmatrix}$$

التسارع:

$$\begin{pmatrix} -R_2 \sin \theta_2 & -\dot{R}_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) & -R_4 \sin \theta_4 & R_2 \cos \theta_2 & \dot{R}_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) & R_4 \cos \theta_4 \\ R_2 \cos \theta_2 & \dot{R}_3 \cos(\theta_3 + \beta_3) & R_4 \cos \theta_4 & -R_2 \sin \theta_2 & -\dot{R}_3 \sin(\theta_3 + \beta_3) & -R_4 \sin \theta_4 \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \\ \dot{\theta}_4^2 \end{pmatrix}$$

مثال عددي:



الشكل (٢) - مخطط لآلة المدروسة

نفرض لدينا آلة سباعية أطوال قضبانها هي كالتالي:

G	B	C	H	C	D	E	F	H	H	F
50	0	1	0	2	4	6	0	6	0	00
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m

وقد ثبتنا على النقطة A محرك خطوي له سرعة زاوية ثابتة:

$$\rho = 1 \text{ deg/sec}$$

وبفرض أن في اللحظة الابتدائية قيمة θ_2 هي:

$$\theta_2(t = 0) = \theta_{2,0} = -180^\circ$$

أصبح لدينا:

$$\theta_2(t) = \rho t + \theta_{2,0}$$

$$\theta_2(t) = t(\text{sec}) - 180^\circ$$

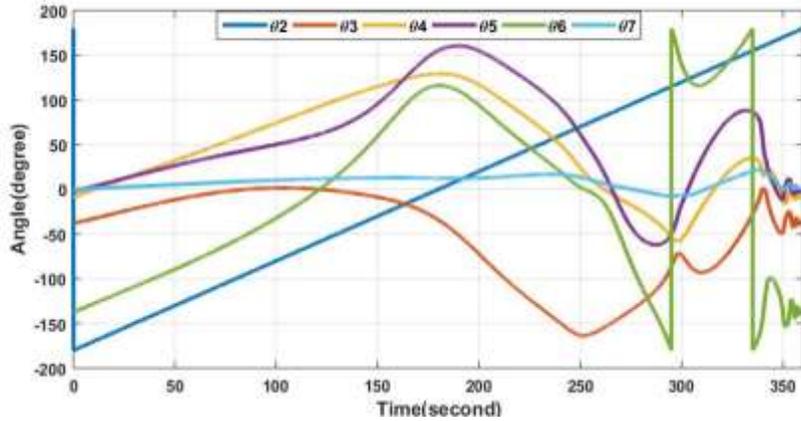
باستخدام برنامج Solid Work أجريت محاكاة للآلة السابقة والجدول التالي

يبين بعض القيم التي حصلنا عليها من المحاكاة:

t(sec)	0	45	90	135	180	225	270	315
$\theta_2(\text{deg})$	-180	-135	-90	-45	0	45	90	135
$\theta_3(\text{deg})$	-38.1	-14.0	0.7	-3.2	-34.2	-123.0	-142.7	-88.7
$\theta_4(\text{deg})$	-8.7	28.0	65.8	103.7	129.3	78.2	-11.3	-2.7
$\theta_5(\text{deg})$	-2.2	23.8	45.7	73.8	155.1	119.7	-21.8	54.5
$\theta_6(\text{deg})$	-137.6	-94.4	-45.1	25.1	116.2	46.7	-54.2	123.1
$\theta_7(\text{deg})$	0	4.8	9.5	12.4	12.4	16.1	2.4	3.1

وبالاستعانة ببرنامج Matlab تم رسم منحنيات تبين تغيرات قيم الانزياح

الزاوي بدلالة الزمن وحصلنا على المخطط الآتي:



الشكل (٣) - مخطط الانزياح بدلالة الزمن

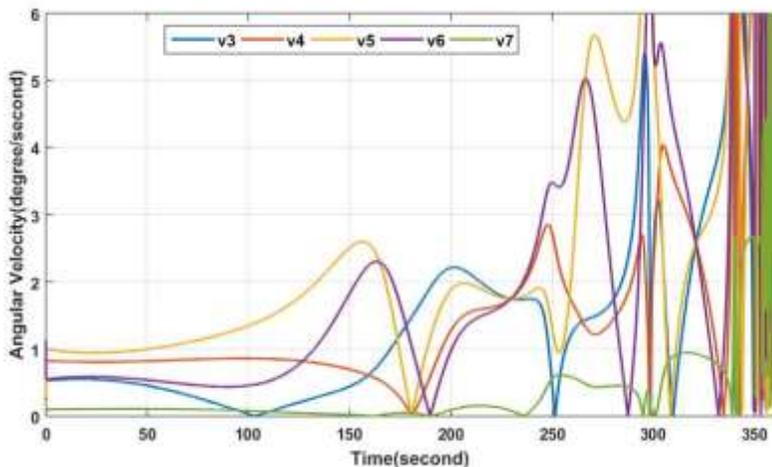
وأيضاً وباستخدام برنامج *Solid Works* حصلنا على بعض قيم السرعة الزاوية

بدلالة الزمن وهي موضحة في الجدول الآتي:

t(sec)	0	45	90	135	180	225	270	315
v_3 (deg/s)	1.14	0.48	0.13	0.30	1.45	1.79	1.48	1.44
v_4 (deg/s)	0.24	0.82	0.86	0.79	0.05	1.67	1.22	3.14
v_5 (deg/s)	0.29	0.98	1.25	2.04	0.08	1.77	5.66	1.88
v_6 (deg/s)	1.08	0.55	0.44	1.10	1.11	1.64	4.66	3.61
v_7 (deg/s)	0.05	0.11	0.09	0.04	0.05	0.12	0.44	0.95

وبالاستعانة ببرنامج *Matlab* تم رسم منحنيات تبين تغيرات قيم السرعة الزاوية بدلالة

الزمن وحصلنا على المخطط الآتي:



الشكل (٤) - مخطط الانزياح بدلالة الزمن

٥. الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

تم التوصل من خلال الدراسة الحالية إلى العلاقات الشعاعية والمصفوفات والتي تعبر عن الانزياح الزاوي والسرعة والتسارع الزاوي لمفاصل المنظومة، كما تم التوصل إلى مخططات تعبر عن علاقات الإزاحة والسرعة الزاوية لكل مفصل من مفاصل المنظومة مما يعطي فكرة دقيقة عن حركة هذه المفاصل.

التوصيات:

لازال تطوير الآلة الجديدة وأدائها بحاجة إلى التجربة العملية والتطبيق، ويمكن تصميم برامج حاسوبية تقوم باستنتاج وتوليد مسار الحركة من خلال المصفوفات التي تم الحصول عليها، لذا يوصى باستمرار البحث في الأداء العملي للآلة الجديدة ودراستها عن طريق نظرية الآلات، لاستخدامها لاحقاً في الحياة العملية ووضعها موضع التطبيق.

٦. المراجع

١- د. نزيه يوسف، نظرية الآلات ٢٠١٨، كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية، منشورات جامعة البعث.

2- C.M. Gosselin, 2006 - Kinematics, singularity and workspace of planar 5R symmetrical parallel mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, vol (41), Pages 145-169.

2- Guowu Wei & Jian S. Dai, 2010 - Geometric and kinematic analysis of a seven-bar three-fixed-pivoted compound-joint mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, Vol (45), 170-184.

3- S.H. Tong, 2006- *Design of high-stiffness five-bar and seven-bar linkage structures by using the concept of orthogonal paths*, Transaction of the ASME, Journal of Mechanical Design, 128 P(430-435).

4- Guowu Wei & Jian S. Dai, 2010 - Geometric and kinematic analysis of a seven-bar three-fixed-pivoted compound-joint mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, Vol (45), 170-184.

5- Bhartendu Seth and Sesha Sai Vaddi, 2003- Programmable function generators—1: base five-bar mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, 38 (4) 321-330.

6- Sesha Sai Vaddi and Bhartendu Seth, 2003- Programmable function generators — 2: seven-bar translatory-out mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, 38 (4) 331-343.

7-J. Herman, V. De Straete and J. De Schutter, 1996- Hybrid cam mechanism, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1 (4) P(284-289).

8- Elida G T et al, 2023 - Analytical Synthesis of the Seven-Bar Linkage - $^1RR(RRRR)RR$ Used for Medical Disinfection Robot, *Mechanisms and Machine Science*, MMS 134, pp. 171–180.

9- L. Nourahmi, D. Gan and W. T. A. Setya, 2023- *Unified Singularity Crossing of a 3-(rR)PS Metamorphic Parallel Mechanism through Dynamic Modeling*, *Machines*, 11(3), 361.