

## المقارنة بين القيم المباشرة و غير المباشرة لثابت هابل

\* د. جبور نوفل جبور

\*\* د. آصف محسن يوسف

\*\*\* بتول حسن شعبان

(تاريخ الإيداع ٢٠٢٤/٨/٧ - تاريخ النشر ٢٠٢٤/١١/١٧)

### □ ملخص □

قمنا بجمع قيم "ثابت هابل"، المتوفرة والمقاسة أو المحسوبة بمختلف الطرق، ومن ثم دراستها، تحليلها، مناقشتها، والمقارنة بين مختلف القيم إحصائياً انطلاقاً من مفهوم التوزيع الطبيعي أو الغوسي ومفهوم الخطأ والدقة، أي أن هناك دوماً هامش للخطأ، أي ليس هناك دقة مطلقة (أو خطأ معدوم)، وهل يمكن التوصل، نتيجة كل ذلك، إلى القول إن الطريقة الفلانية المستخدمة في القياس أو الحساب هي الطريقة الأفضل!  
**كلمات مفتاحية:** ثابت هابل، قياس مباشر، قياس غير مباشر، سلم المسافات الكونية، النموذج المعياري.

\* أستاذ في قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

\*\* أستاذ في قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة طرطوس - طرطوس - سورية.

\*\*\* طالبة دراسات عليا (ماجستير) - اختصاص فيزياء إشعاعية - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة طرطوس - طرطوس - سورية.

## Comparison between direct and indirect values for Hubble

**Dr. Jabbour Noufal Jabbour<sup>\*</sup>**  
**Dr. Assef Mohsen Youssef<sup>\*\*</sup>**  
**Batoul Hassan Shabaan<sup>\*\*\*</sup>**

(Received 7/8/2024. Accepted 17/11/2024 )

### □ ABSTRACT □

We collected the available values of the Hubble constant, measured or calculated in various ways, and then studied, analyzed, discussed, and compared the various values statistically, based on the concept of normal or Gaussian distribution and the concept of error and accuracy, meaning that there is always a margin of error, that is, there is no accuracy. Absolute (or non-existent error). Is it possible, as a result of all of this, to conclude that such-and-such method used in measurement or calculation is the best method?

**Keywords:** Hubble constant, direct measurement, indirect measurement, cosmic distance scale, standard model.

---

\*Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tishreen University, Lattakia, Syria.

\*\*Professor, Physics Department, Faculty of Science, Tartous University, Tartous, Syria.

\*\*\*Postgraduate Student, Radiation Physics, Department of Physics, Faculty of Science, Tartous University, Tartous, Syria.

## ١ - مقدمة:

لإيجاز هذا العمل، لدينا نوعان من القياسات: قياسات مباشرة بواسطة سلالم المسافات الكونية، أو بواسطة طريقة رديفة تناوبية مفعول العدسات على الكوارزات، أو بطريقة التأخير late universe حيث تلك القياسات تستند إلى تمدد الكون كما نراه أو نلاحظه اليوم. ومن ثم لدينا طريقة الإشعاع الكوني الخلفي والاهتزاز الصوتي للباريونات (AOB)، و هنا نتكلم عن قياسات أولية (early universe) primitives لأنها تزودنا بمعلومات عن الظواهر التي حدثت منذ مئات الملايين من السنوات بعد الانفجار العظيم. ومهما كانت الطريقة التي ننظر إليها ومهما كانت كل التحقيقات والتأكدات verifications الممكنة على هذا المستوى، يبدو أن هناك ضغط توتر بين القياسات late وال early.

لكن يمكن أن يكون هناك خيار ثالث لشرح هذا الضغط والتوتر. إن أصل ومصدر كل هذا هو بالنهاية نموذج الانفجار العظيم، أي نموذج  $\Lambda - CDM$ . إن هذا النموذج  $\Lambda - CDM$  هو عنصر أساسي لتقدير قيمة ثابت هابل انطلاقاً من الإشعاع الكوني الخلفي.

بمطابقة متحولات هذا النموذج مع طيف التأرجحات نستنتج ثابت هابل. ولكن إذا كان هذا النموذج خطأ إلى حد ما، ونعلم، بعد كل شيء، أن هذا النموذج ليس أساسياً وهذا ما يدعوه الفيزيائيون بالنموذج الفعال effective. في هذا النموذج حيث ندخل عناصر ما لنمذجتها دون ان نعرف شرحها .

على سبيل المثال، في النموذج  $\Lambda - CDM$  هناك على الأقل 3 عناصر: التضخم (Inflation)، المادة المظلمة أو السوداء (Dark Matter)، والطاقة السوداء (Dark Energy)، نأخذ تلك العناصر بالحسبان حيث هناك متحولات بهذا الخصوص، وهذا النموذج يعمل بشكل جيد ورائع، ولكن ليس لدينا فهم معمق للظواهر التي ستكون في الأصل. وإذا مع هذا النموذج الفعال فانتا شيء ما، وإذا كان هناك ما يدعوه الفيزيائيون "بالفيزياء الجديدة"، ظواهر أيضاً غير معروفة ويجب أخذها بالحسبان والتي ستغير بشكل خفيف النموذج  $\Lambda - CDM$ . ولمعرفة هذا، يمكننا محاولة تغيير بشكل واضح النموذج بطريقة نرفع بها تقديرات القيم المتعلقة بقياسات الـ early universe لثابت هابل. وهذا يبدو سهل بحيث يمكن إضافة عنصر أو عنصرين في معادلات النموذج. لكن هذا ليس بالشيء البسيط، لأنه بحوزتنا قياسات فلكية عديدة وصلبة بحيث ليس من البديهي والواضح لأن نلمس أن نغير طرف أو جزء من النموذج، لأن هذا يمكن أن ينسف النموذج، وخاصة قياسات (AOB - Acoustic Oscillation of Baryons) التي تقيد بشكل كبير وواسع أي تغييرات ممكنة.

بالرغم من كل شيء، فإن العنصر الخلاق عند الفيزيائيين النظريين هو بدون حدود، وهناك رؤية حديثة سردت مئات النظريات المقترحة بهدف تقليص توتر هابل، وهنا نعطي البعض منها:

في كل هذا، فإن التقريبات الأكثر وعوداً تبدو أنها حاولت ملاسة خاصة الفترة الزمنية البدائية الأصلية للانفجار العظيم، حيث في تلك الحقبة (حقبة وجود الإشعاع الكوني الخلفي، و أيضاً قبل ذلك أي قبل الإشعاع الكوني الخلفي). على سبيل المثال، بتخيل طاقة سوداء تتغير مع الزمن، أو تفاعلات غير معروفة اليوم تتظاهر فقط في تلك الشروط الحدية، لم يعد من الممكن كشفها اليوم!

أو احتمال وجود جسيمات جديدة، أو حقول بقوى جديدة، لكن يبدو أنه بالرغم من كل الجهود المبذولة من قبل الفيزيائيين النظريين ليس هناك ولا حل مُقنع حتى اليوم.

هناك الكثير من التغيرات على النموذج  $\Lambda - CDM$  تعود فعلياً إلى تقليص التوتر (تخفيض وتيرة الجدل) لكن تزيد هامش الخطأ أكثر ما تقلص التباعد (الفرق) بين الطريقتين لقياس ثابت هابل. بالرغم من كل ذلك، يجب التطلع والرؤية على المستوى النظري والتجريبي. من يدري ربما توتر خفيف يمكن أن يقود إلى ثورة فكرية (مفاهيم ثورية). بعد كل هذا ربما كما حدث مع مسار كوكب عطارد *Mercure* الذي تم شرحه باستخدام النظرية النسبية العامة. إذا ثورة للعبور لمفهوماً للجاذبية. بالتأكيد كل ذلك مشابه لأزمة علم الكون، لكن ربما ستكون بالتأكيد أزمة رائعة لتحقيق تقدم كبير في فهمنا لقوانين الكون.

## ٢ - أهمية البحث وأهدافه:

تكمُن أهمية البحث بجمع المعلومات المتعلقة بهذا الكون وخاصة ما يدعى بـ (ثابت هابل - *Hubble constant*)، ومن ثم الطرق المتبعة التي تسمح بقياس و حساب هذا الثابت، ومن ثم المقارنة بين مختلف القيم ومناقشة الجدل القائم حول هذا الثابت.

## ٣ - طريقة البحث ومواده:

تعتمد طريقة البحث على جمع القيم المتعلقة بـ (ثابت هابل - *Hubble constant*)، المتوفرة في أدبيات علم الكون، ومن ثم التكلم عن هذه الطرق المتبعة والتي تسمح بقياس ثابت هابل، ومن ثم المقارنة بين مختلف القيم ومناقشة الجدل المثار حول هذا الثابت.

## ٤ - قيم ثابت هابل:

قمنا بجمع قيم "ثابت هابل"، المتوفرة و التي تم قياسها بمختلف الطرق، ومن ثم دراستها، تحليلها، مناقشتها، والمقارنة بين مختلف القيم إحصائياً انطلاقاً من مفهوم التوزع الطبيعي أو الغوسي ومفهوم الخطأ والدقة، أي أن هناك دوماً هامش للخطأ، أي ليس هناك دقة مطلقة (أو خطأ معدوم)، وهل يمكن التوصل، نتيجة كل ذلك، إلى القول إن الطريقة الفلانية المستخدمة في القياس أو الحساب هي الطريقة الأفضل! إن مختلف قيم هذا الثابت  $H_0$  التي تم جمعها، المقاسة ( المحسوبة ) إما بالطريقة المباشرة أو غير المباشرة، معطاة في الجدولين (1) و (2)، مع مختلف الحسابات الإحصائية التي تم القيام بها. إضافة لذلك، الشكل (1) يبين ويوضح تغيرات ثابت هابل مع الزمن ومن ثم المقارنة بين القيم المقاسة المباشرة وغير المباشرة.

جدول (1): قيم ثابت هابل التي تم الحصول عليها بالطريقة المباشرة.

المجموعة البحثية والمرجع	قيمة ثابت هابل $km/s/Mpc$		التاريخ	$H_0$	$(X - \bar{X})^2$	$\sqrt{(X - \bar{X})^2}$	Y
Pantheon [1]	73.40	+0.99 -1.22	2022-02-08	73.40	0.2809	0.53	0.17
SH0ES [2]	$73.04 \pm 1.04$		2021-12-08	73.04	0.0289	0.17	0.17
W. Freedman [3]	$69.80 \pm 1.70$		2021-09-17	69.80	9.4249	3.07	0.07
Hubble Space Telescope and Gaia EDR3 [4]	$72.10 \pm 2.00$		2020-12-16	72.10	0.5929	0.77	0.17
Hubble Space Telescope and Gaia EDR3 [5]	$73.20 \pm 2.00$		2020-12-15	73.20	0.1089	0.33	0.18
SHARP/H0LiCOW [6]	$76.80 \pm 2.60$		2019-09-12	76.80	15.4449	3.93	0.04
Hubble Space Telescope [7-9]	$69.80 \pm 1.90$		2019-07-16	69.80	9.4249	3.07	0.07
H0LiCOW collaboration [10]	73.30	+1.70 -1.80	2019-07-10	73.30	0.1849	0.43	0.17
Hubble Space Telescope [11]	$74.03 \pm 1.42$		2019-03-18	74.03	0.0256	0.16	0.18
Joseph Ryan et al [12]	67.78	+0.91 -0.87	2019-02-08	67.78	25.9081	5.09	0.014
H0LiCOW collaboration [13]	72.50	+2.10 -2.30	2018-09-05	72.50	0.1369	0.37	0.17
Hubble Space Telescope and Gaia [14-15]	$73.52 \pm 1.62$		2018-04-27	73.52	0.4225	0.65	0.17
Hubble Space Telescope [16-17]	$73.45 \pm 1.66$		2018-02-22	73.45	0.3364	0.58	0.17
The LIGO Scientific collaboration and the Virgo collaboration [18]	70.00	+12.00 -8.00	2017-10-16	70.00	8.2369	2.87	0.08
Hubble Space Telescope [19]	71,90	+2.40 -3.00	2016-11-22	71.90	0.9409	0.97	0.16
Cosmicflows-3	76.20	+3.40 -2.70	2016-08-	76.20	11.0889	3.33	0.06

[20]			04				
Hubble Space Telescope [21]	$73.24 \pm 1.74$		2016-05-17	73.24	0.1369	0.37	0.17
Cosmicflows-2 [22]	$74.40 \pm 3.00$		2013-10-01	74.40	2.3409	1.53	0.14
Chandra X-ray Observatory [23]	76.90	+10.70 -8.70	2006-08	76.90	16.2409	4.03	0.04
Hubble Space Telescope Key Project [24]	$72.00 \pm 8.00$		2001-05	72.00	0.7569	0.87	0.16
				1457.45	102.063		
				$\frac{1457.45}{20} = 72.8725$	$\frac{102.063}{20} = 5.10$ $\sqrt{5.10} = 2.26 = \sigma$ $\sigma^2 = 5.10$		

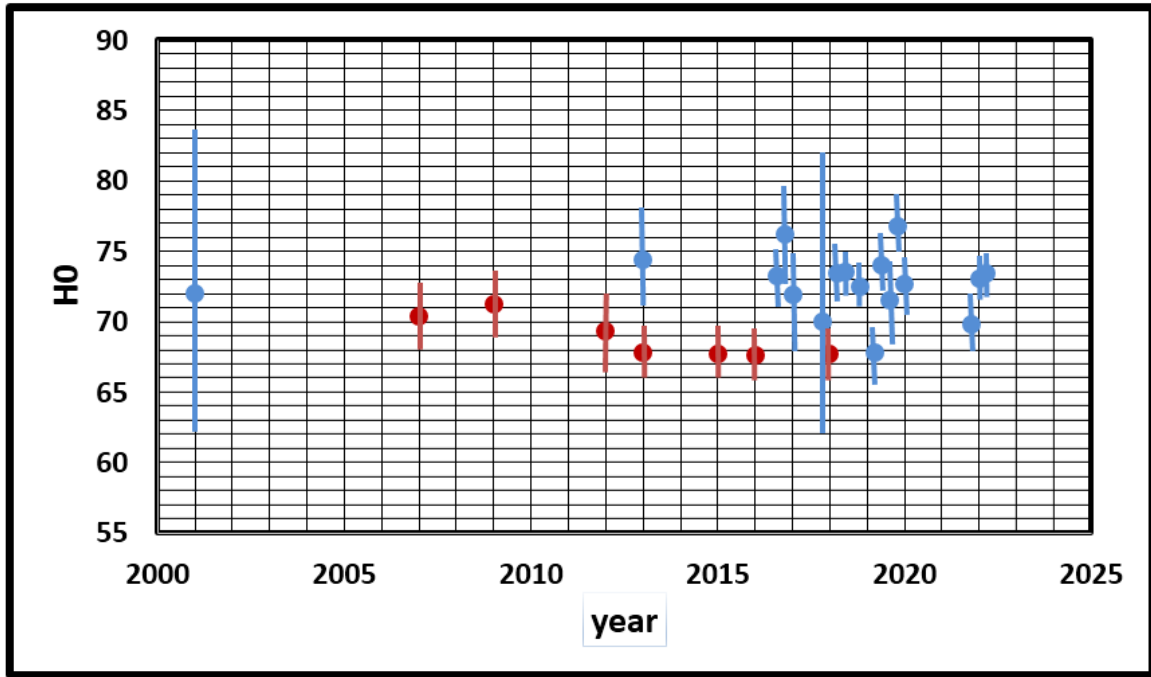
جدول (٢): قيم ثابت هابل التي تم الحصول عليها بالطريقة غير المباشرة.

المجموعة البحثية	قيمة ثابت هابل $km/s/Mpc$	التاريخ	$H_0$	$(X - \bar{X})^2$	$\sqrt{(X - \bar{X})^2}$	$Y$	
Dark Energy Survey [25]	$67.77 \pm 1.30$	2018-11-06	67.77	3.0276	1.74	0.12	
Planck Mission [26]	$67.66 \pm 0.42$	2018-07-18	67.66	3.4225	1.85	0.11	
SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS) [27]	67.60	+0.70 -0.60	2016-07-13	67.60	3.6481	1.91	0.10
Planck Mission [28]	$67.74 \pm 0.46$	2015-02	67.74	3.1329	1.77	0.12	
Planck Mission [29-33]	$67.80 \pm 0.77$	2013-03-21	67.80	2.9241	1.71	0.12	
WMAP (9 years), combined with other measurements [34]	$69.32 \pm 0.80$	2012-12-20	69.32	0.0361	0.19	0.32	
WMAP (7 years), combined with other measurements	70.40	+1.30 -1.40	2010	70.40	0.7921	0.89	0.25

[35]							
WMAP only (7 years) [35]	71.00 ± 2.50		2010	71.00	2.2201	1.49	0.16
WMAP (5 years), combined with other measurments [36]	70.50 ± 1.30		2009-02	70.50	0.9801	0.99	0.23
WMAP only (5 years) [36]	71.90	+2.60 -2.70	2009-02	71.90	5.7121	2.39	0.05
WMAP (3 years), combined with other measurments [37]	70.40	+1.50 -1.60	2007	70.40	0.7921	0.89	0.25
WMAP1 [38]	72.00 ± 5.00		2003	72.00	6.2001	2.49	0.043
				834.09	32.8879	18.31	
				834.09/12 = 69.51	32.8879 / 12 = 2.74	18.31/12 = 1.53 Racine 1.53 = 1.24 = $\sigma$	

**ملاحظة:** عند تمثيل القيم العددية لثابت هابل، نأخذ متوسط القيم القريبة جداً من بعضها من ناحية القيمة والتاريخ، ولهذا السبب عدد النقاط على الشكل لا يساوي عدد القيم في الجدول، هنا امثلة (على اليمين قيمتان اعطيت كمثال فقط لتوضيح لماذا يؤخذ المتوسط الحسابي لقيم ثابت هابل المتقاربة) :

$$67,80 + 69,32 = \frac{137,12}{2} = 68,56 \quad , \quad 0,3341 + 0,3339 = \frac{0,668}{2} = 0,334$$



شكل (1): تغير ثابت هابل بتأثير الزمن .

ملاحظة: عدد النقاط لا يساوي عدد القيم الموجودة في الجدولين، وسبب ذلك هو أنه نأخذ متوسط القيم القريبة من بعضها.

٤-٣- دراسة إحصائية لقيم ثابت هابل:

#### ٤-٣-١- التوزيع الطبيعي أو الغوسي: Normal or Gaussian Distribution

بفرض أنه كررنا القياسات لمقدار ما  $x$  عدداً كبيراً من المرات نلاحظ أن النتائج تتوزع حول قيمة وسطى نرمز لها بـ  $\bar{x}$ ، بحسب قانون توزع طبيعي (غوسي) [39-44]. إن الاحتمال من أجل نتيجة قياس واحدة يُعطى وفق هذا التوزع بالعلاقة الآتية:

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

حيث:  $\bar{x}$  القيمة الوسطى،  $\pi = 3,14159$ ، و  $e = 2,71828$ ، و  $\sigma$  الانحراف المعياري الذي

يرتبط بالقيمة الوسطى وفق العلاقة الآتية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (X_j - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} = \sqrt{(X - \bar{X})^2}$$

ملاحظة: من أجل ( $N > 30$ )، يمكننا دوماً الحصول على أفضل تقدير بضرب الانحراف المعياري  $\sigma$

المحسوب بالعلاقة السابقة بـ  $\sqrt{\frac{N}{N-1}}$ .

أو:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

حيث:



$$z = \frac{(x - \bar{x})}{\sigma}$$

$$z = \pm 1 \rightarrow 68,27\%$$

$$z = \pm 2 \rightarrow 95,45\%$$

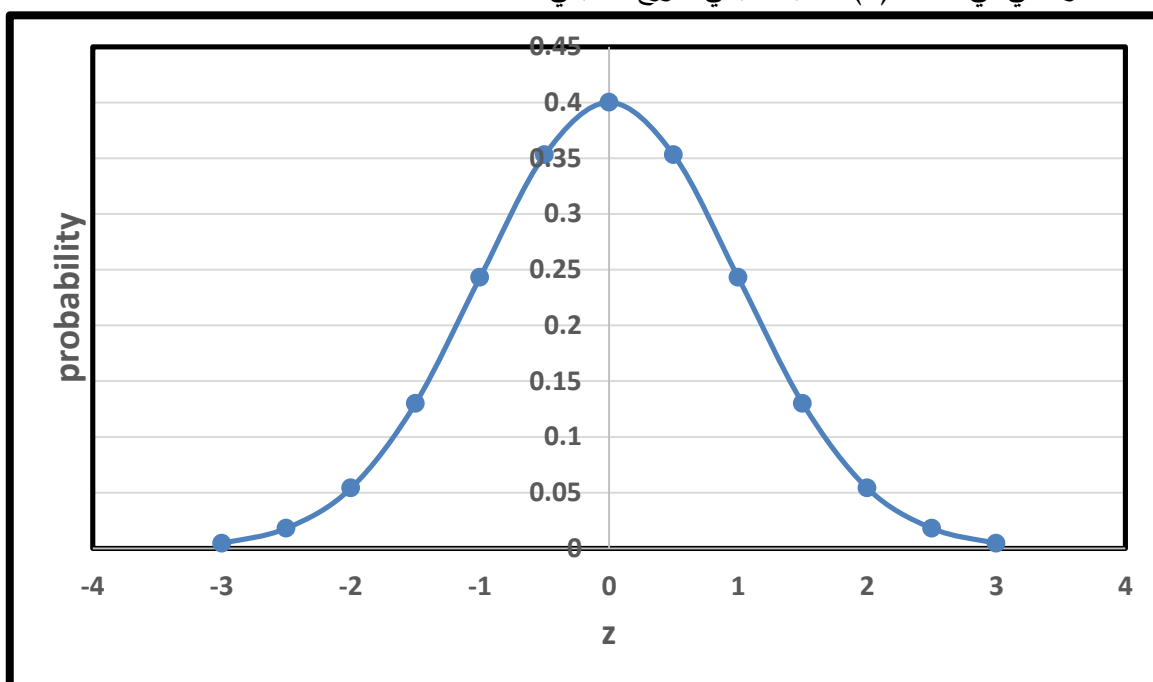
$$z = \pm 3 \rightarrow 99,73\%$$

تطبيق عددي:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \cong 0,4e^{-\frac{z^2}{2}}$$

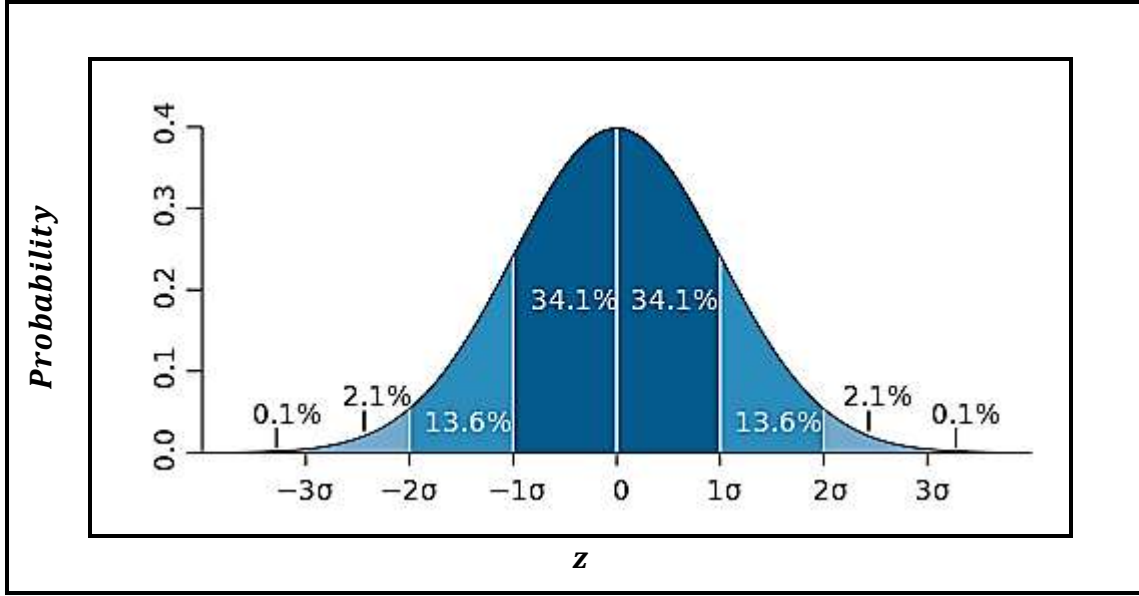
z	Y
-3	0,0044
-2,5	0,018
-2	0,054
-1,5	0,13
-1	0,243
-0,5	0,353
+0	0,4
+0,5	0,353
+1	0,243
+1,5	0,13
+2	0,054
+2,5	0,018
+3	0,0044

ونعطي في الشكل (2) التمثيل البياني للتوزيع الطبيعي.



(a)

شكل (2): التمثيل البياني للتوزيع الطبيعي،



(b)

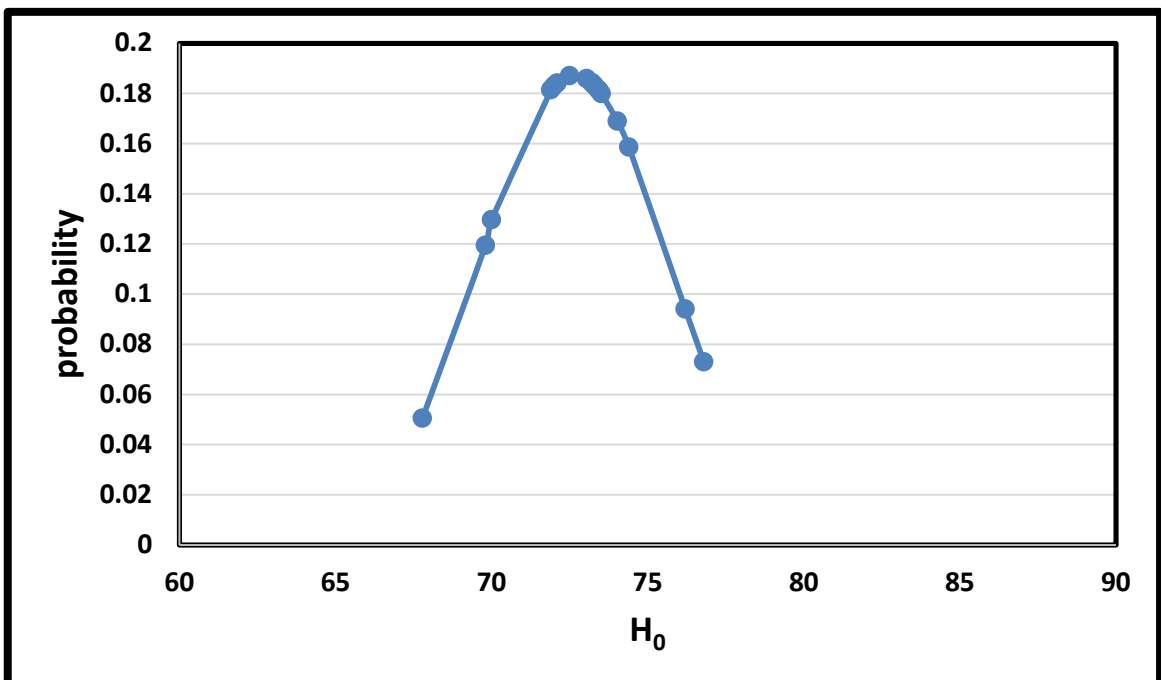
شكل (2): التمثيل البياني للتوزيع الطبيعي،

$$z = \pm 1 \rightarrow 68,27\%$$

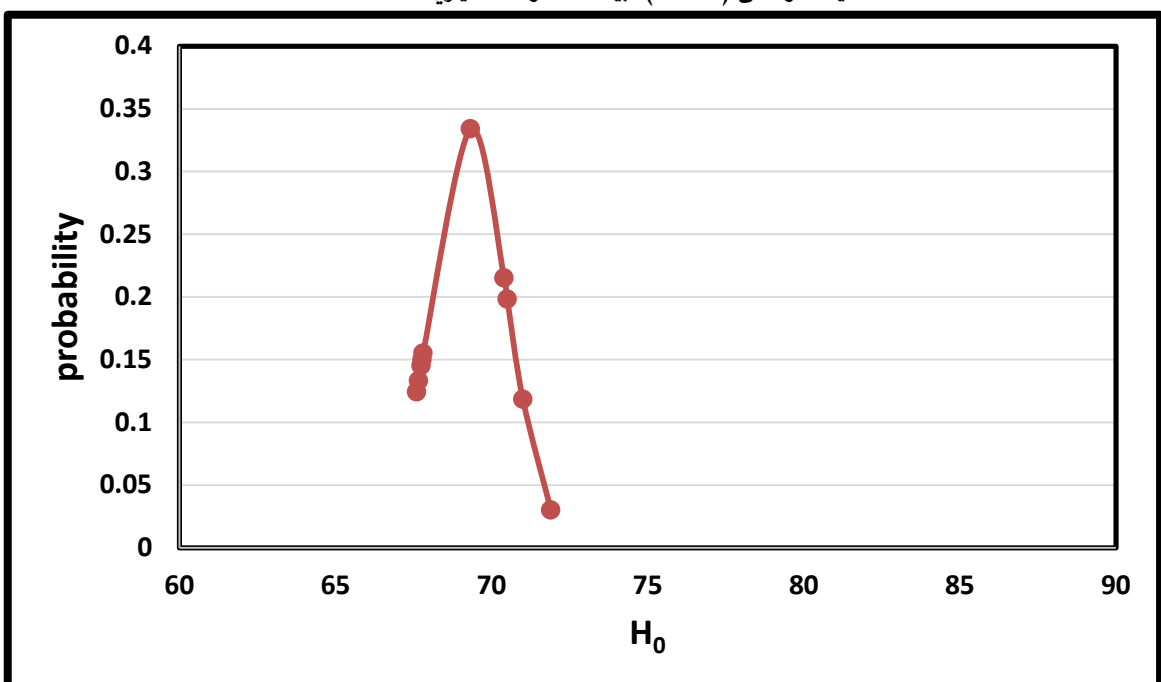
$$z = \pm 2 \rightarrow 95,45\%$$

$$z = \pm 3 \rightarrow 99,73\%$$

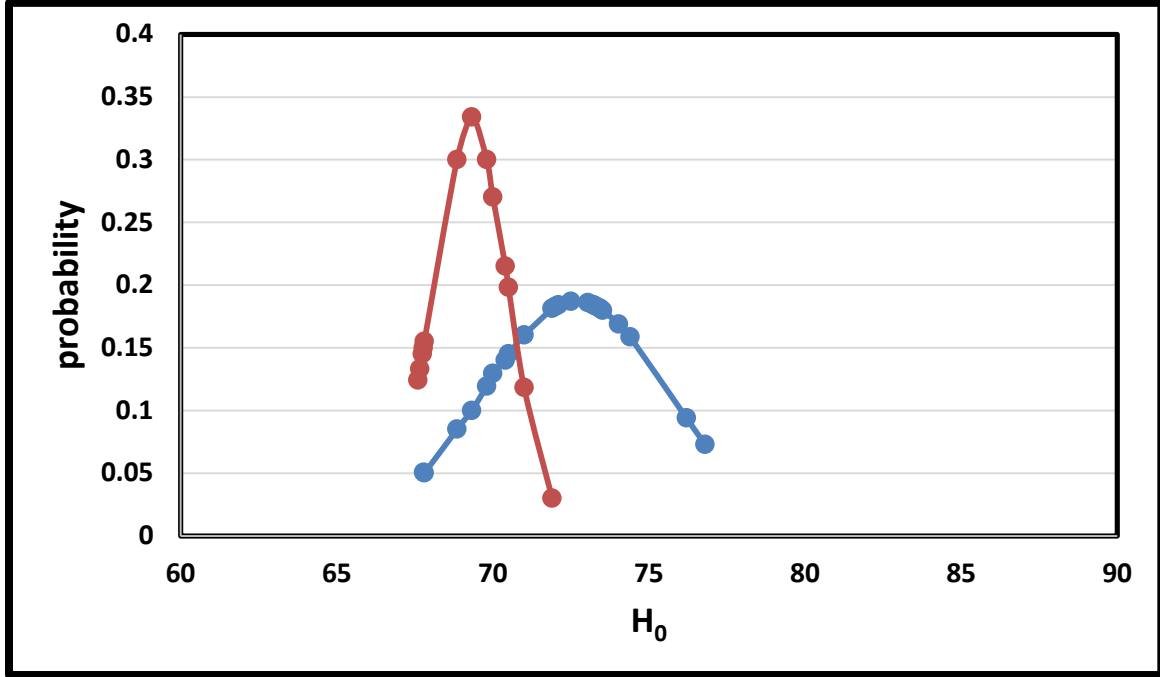
إن المساحة المحددة بالمنحني الغوسي بين  $\bar{x} - \sigma$  و  $\bar{x} + \sigma$  تساوي تقريباً (68,27%) من المساحة الكلية، بطريقة أننا نعطي نتيجة قياس وحيد لـ  $x$  بخطأ  $\pm \sigma$ ، أي  $x \pm \sigma$ ، وهكذا نكون متأكدين أنه لدينا احتمال قدره (68,27%) بالحصول على النتيجة الصحيحة. وإذا رغبتنا في الحصول على مجال ثقة أكبر سنعطي النتيجة على الشكل  $x \pm 2\sigma$ ، أو على الشكل  $x \pm 3\sigma$ . سيكون لدينا في هذه الحالة احتمال قدره (95,45%) أو (99,73%) على التوالي. نُعطي في الشكل (3) والشكل (4) تغير الاحتمال لتغير قيم ثابت هابل بحسب طريقة القياس: قياسات مباشرة أو غير مباشرة. بينما في الشكل (5) نقارن بين قيم القياسات المباشرة وغير المباشرة



شكل (3): توزيع الاحتمال لثابت هابل بتابعية قيمته وفق سنة القياس أو الحساب.  
القيمة الوسطى (72.66)، بينما الانحراف المعياري  $\sigma = 2.13$ .



شكل (4): توزيع الاحتمال لثابت هابل بتابعية قيمته وفق سنة القياس أو الحساب.  
القيمة الوسطى (69.28)، بينما الانحراف المعياري  $\sigma = 1.194$ .



شكل (5): مقارنة بين قيم ثابت هابل بالطريقة المباشرة وغير المباشرة.

القيمة الوسطى - طريقة مباشرة الأزرق (72.66)، والانحراف المعياري  $\sigma = 2.13$ ،

القيمة الوسطى - طريقة غير مباشرة (69.28)، والانحراف المعياري  $\sigma = 1.194$ .

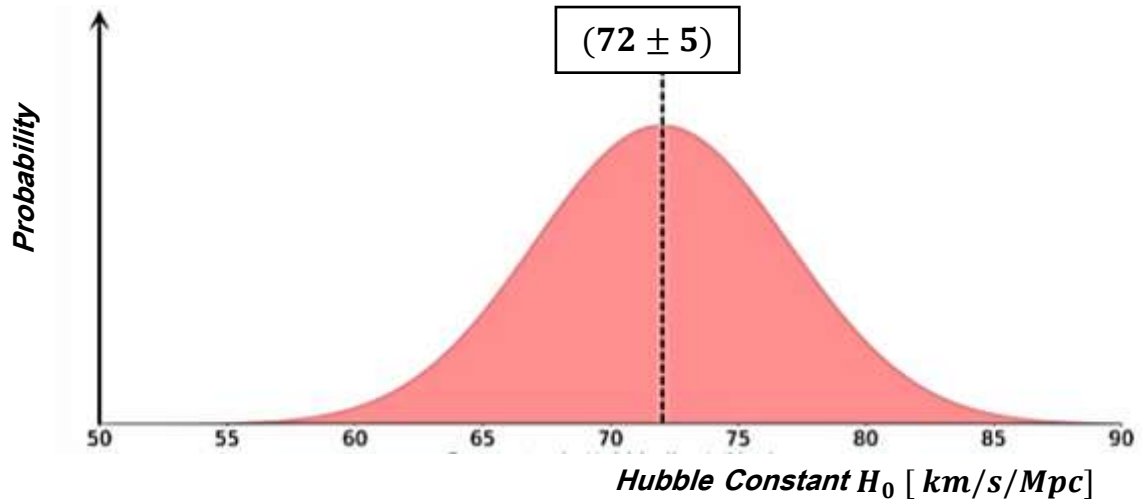
#### ٤-٤ - تحليل ومناقشة النتائج: Analyze and discuss the results

إن الطريقتين تعطي قيمة ( $H_0 \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$ )، يجب أن نكون أكثر دقة. عندما نقوم بقياس في الفيزياء، هناك دوماً مفهوم الخطأ والدقة، أي أن هناك دوماً هامش للخطأ، أي ليس هناك دقة مطلقة (أو خطأ معدوم)، والطريقة المستخدمة تسمح لنا بتحديد الخطأ المرتكب في القياس.

في عام 2001 إن القياس المباشر لثابت هابل من قبل فريق (Windy Freidmann) [3] أعطى القيمة ( $H_0 \approx (72 \pm 8) \text{ km/s/Mpc}$ ) ( $H_0 \approx (72 \pm 8) \text{ km/s/Mpc}$ ). من جهة أخرى، في عام 2003 التقديرات الناتجة من تحليل الإشعاع الكوني الخلفي بواسطة القمر الصناعي WMAP [35-38] كانت ( $H_0 \approx (72 \pm 5) \text{ km/s/Mpc}$ )

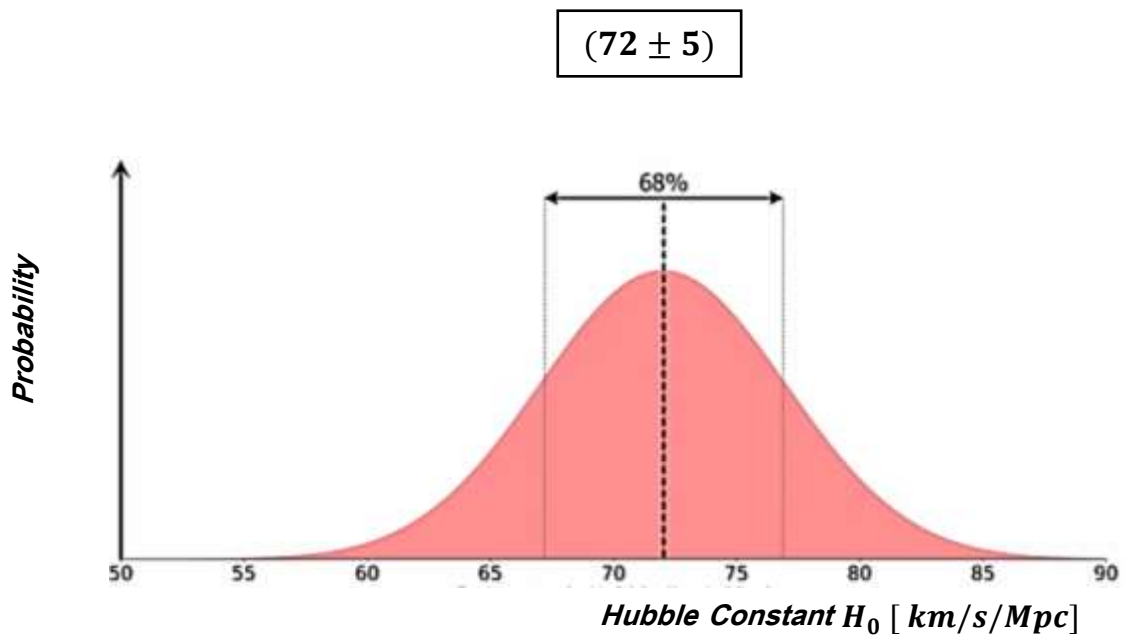
يجب أن نفهم ونُدرك ماذا يعني "هامش الخطأ"، ( $72 \pm 5$ )، هذا لا يعني بالتأكيد أن القيمة هي بين 67 و77، يجب المحاكمة مع مفهوم الاحتمال.

هنا ( $\pm 5$ ) يعمل كعمل "انحراف معياري". يمكننا رسم منحنى التوزيع الطبيعي الذي يبين الاحتمال المُقدر لمختلف القيم بحسب القياس المُنجز أو المُقام به. القيمة الوسطى تساوي (72)، والانحراف المعياري هو (5). وهذا لا يستبعد القيم الأقل من 67 والأكثر من 78، ولكن تلك القيم هي الأقل احتمالاً، انظر الشكل (6).

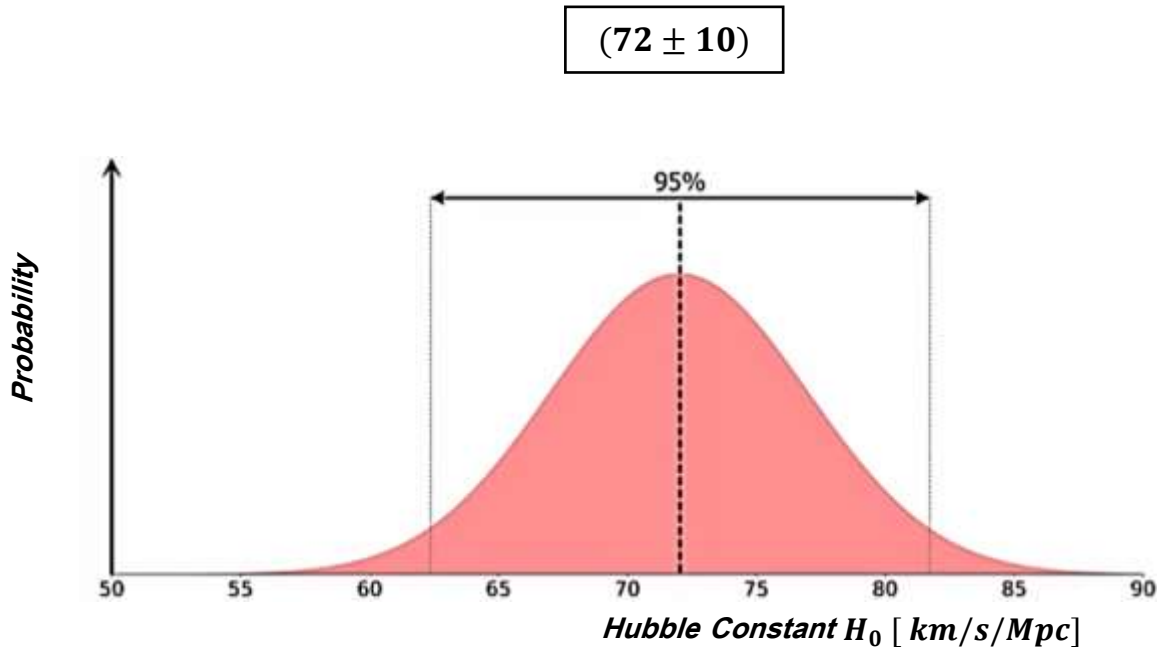


شكل (6): احتمال قيم ثابت هابل  $H_0$ .

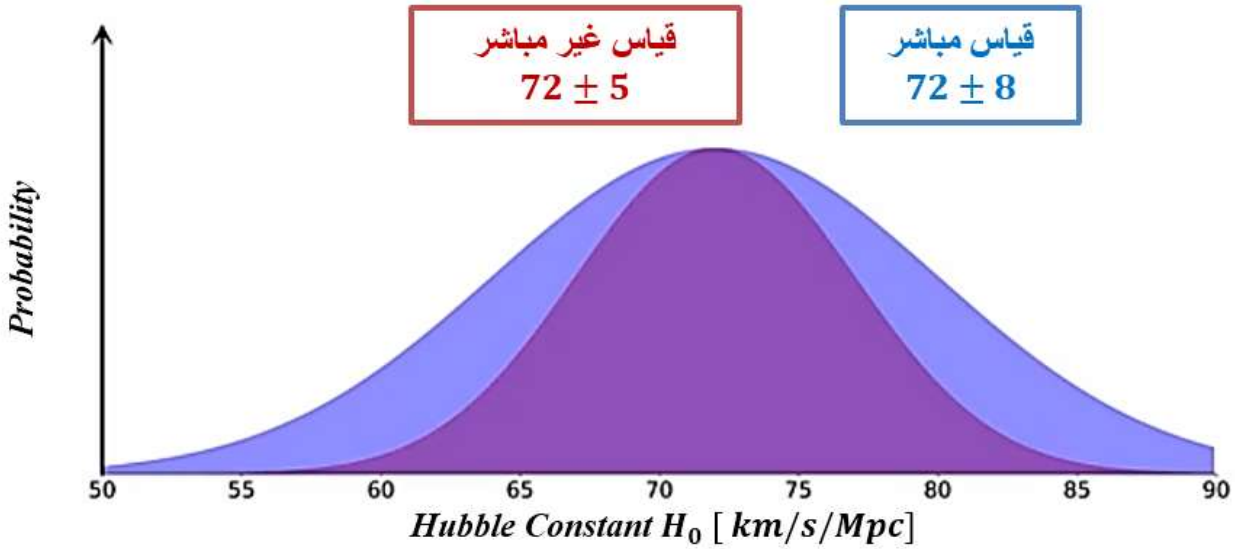
ويمكننا أن نُجري المحاكمة وفق مفهوم "مجال الثقة". مع القيمة للانحراف المعياري ( $\sigma = 5$ )، يمكننا القول إن ( $\cong 68\%$ ) هناك حظ فقط أن تكون القيمة في المجال ( $\pm 5$ )، و ( $\cong 95\%$ ) حظ لأن تكون القيمة في المجال ( $\pm 10$ )، أي ضعف الانحراف المعياري، انظر الشكل (4-7) والشكل (8).



شكل (7): احتمال قيم ثابت هابل  $H_0$ .

شكل (8): احتمال قيم ثابت هابل  $H_0$ .

المنحني الغوصي باللون الأحمر يُمثل القياس بواسطة الإشعاع الكوني الخلفي (قياس غير مباشر). وإذا طابقتنا، أي قارنا بين المنحني السابق و المنحني الناتج عن القياس المباشر حيث القيمة  $(72 \pm 8)$ ، نلاحظ المنحنيين في تطابق كبير، انظر الشكل (9).

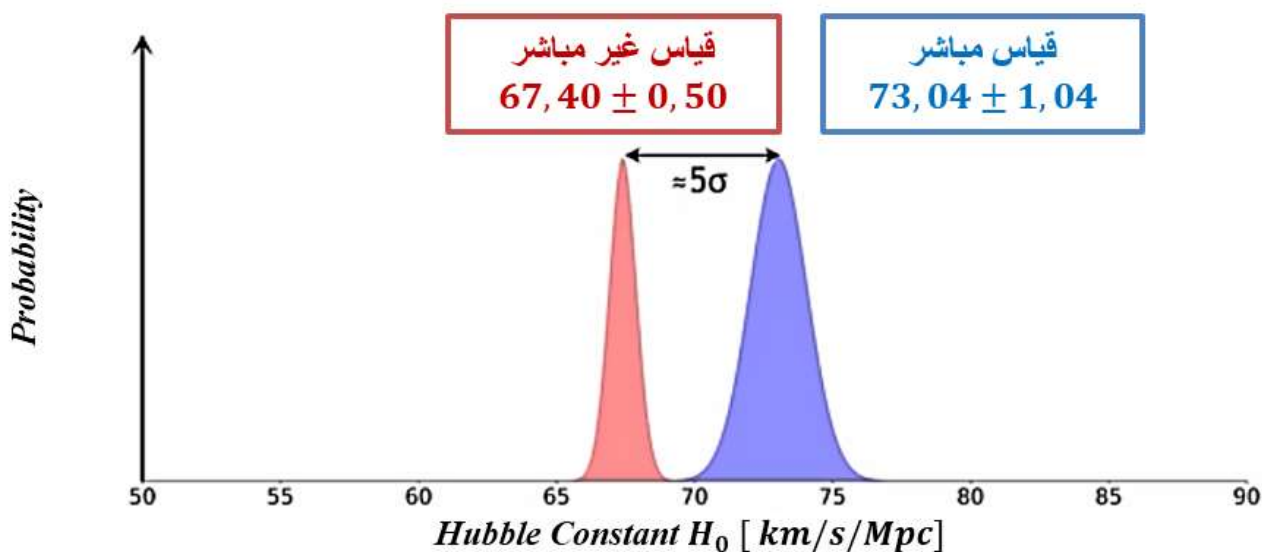
شكل (9): احتمال قيم ثابت هابل  $H_0$ .

لكن القيمتين اللتين أعطيناها لثابت هابل تعود لسنوات الـ 2000. وبعد تلك الفترة تم تحسين القياسات بواسطة أقمار صناعية حديثة، والتقديرات أصبحت أكثر فأكثر دقة، مع هامش خطأ صغير، انظر الشكل (1)، لمعرفة تطور هذه القيم مع السنوات.

نلاحظ أن هناك تقدم واضح وخاصة مع القمر Planck لتحقيقه في هذا المجال الذي أُطلق في عام 2009 [26، 28-33]. إن التقديرات الأخيرة لهذا القمر ( Planck ) كانت في عام 2018 قُدرت بـ

(67,4 ± 0,5) والتقدير الأخرى بواسطة القياس المباشر ناتجة عن تعاون Shoes Team في عام 2021 والتي أعطت (73,04 ± 1,04) [2].

و بهذا الشكل نكون قد بدأنا باستيعاب مسألة "الجدل أو التوتر حول ثابت هابل". وإذا عدنا إلى التقديرات المعطاة بالمنحنيات بواسطة الاحتمال للقيمتين الأخيرتين اللتين تم الحصول عليهما نجد ، الشكل (10)، أن التقديرين يصحان غير متوافقين بشكل كبير، الاختلاف بين الاثنتين هو حوالي (5σ ≈)، 5 مرات الانحراف المعياري. ونقول إن هناك ضغط توتر مقداره (5σ ≈) بين التقديرين، يعني أن كل شيء هو صحيح، ليس هناك حظ واحد على المليون (1/1000000) بحيث نكون قمنا بذلك القياس .



شكل (10): احتمال قيم ثابت هابل  $H_0$ .

وإذا كانت الطريقتان غير متوافقتين هو ربما الطريقتين إلى حد ما خطأ!... خطأ قليلاً. والحقيقة هي أخذ القيمة الوسطى للقيمتين. من أجل القيمة الجيدة لثابت هابل أنه بالضبط 70، فهذا لا يحل المشكلة بهذه الطريقة. إذا كانت القيمة الحقيقية هي 70 هذا يعني أن الجدل الهائل بتوتر أكثر ضخامة. ولا طريقة من الطريقتين بتوافق مع القيمة 70.

تواجُداً مع وضع من هذا النوع، يؤكد إننا يجب أن نأخذ الوسط الحسابي للقيمتين. إذاً يجب أن نفهم ما هو مصدر التوتر، من أين يأتي التوتر؟ ولهذه الغاية، فإن العالم الصغير للكوسمولوجي (المجتمع العلمي للكوسمولوجي أي لعلم الكون - Cosmology) يبدو في أزمة منذ عدة سنوات. إذاً كيف نحل تلك الأزمة؟  
فعلياً هناك احتمالين:

**الأول:** يمكن أن يكون القياس المباشر خطأ بسبب عدة مصادر للخطأ لم تؤخذ بالحسبان، أو ما تم التفكير بها، أو ما تم تقديرها بشكل جيد.

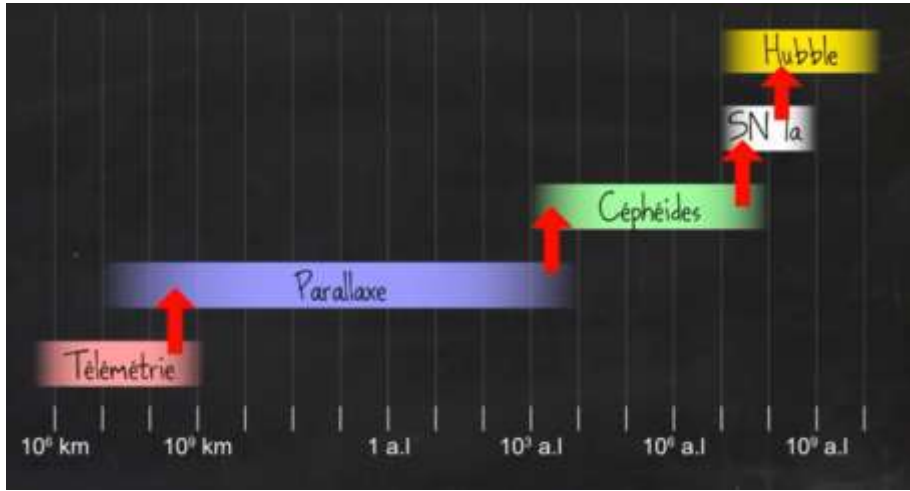
**الثاني:** بالعكس القياس بواسطة الإشعاع الكوني الخلفي يمكن أن يتضمن أخطاء أدت إلى الحصول إلى قيم خاطئة لثابت هابل. ربما القمر الصناعي بلانك، أو بطريقة الحصول على المعطيات.

بالإضافة إلى هذين الاحتمالين أو الفرضيتين، هناك خيار ثالث. كما تذكر من أجل التقديرات بواسطة الإشعاع الكوني الخلفي، نستخدم طريقة غير مباشرة، وهو استخدام نموذج  $\Lambda - CDM$ ، نضبط متحولات النموذج حتى نعيد ثانية تشكيل أو توليد الإشعاع الكوني الخلفي. وما أن نقوم بذلك، نحصل على ثابت هابل.

ربما قياسات الإشعاع الكوني الخلفي تكون جيدة، ولكن النموذج هو خطأ. ربما النموذج  $\Lambda - CDM$  غير دقيق، وقصة الكون الكوسمولوجي ربما تكون أكثر تعقيداً من ذلك. إذاً، لنختبر ونتفحص الفرضيات الثلاث السابقة.

من القياس المباشر نحن بحاجة لمعرفة سرعة الابتعاد والمسافة لعدد كبير من المجرات. من أجل سرعة الابتعاد الطريقة بسيطة وفعالة، لكن مع شيء دقيق يجب أن يؤخذ بالحسبان كل الفرضيات التي تخص هذه الدراسة. إن السرعة الظاهرية لمجرة بالنسبة لنا، هي في الحقيقة لمجموع مساهمتين: سببها تمدد الكون الذي يهمننا، ومساهمة ببساطة السرعة الخاصة للمجرة بالنسبة لنا، وهذه السرعة الخاصة نعرف أنها بشكل أعظمي عدة مئات من الكيلومترات بالثانية. ولكي يكون قياسنا غير متأثر كثيراً بذلك، يجب البحث عن مجرات بعيدة بحيث سرعات ابتعادها تتجاوز بشكل كبير السرعة الخاصة. لا نستطيع الاكتفاء بحساب ثابت هابل من أجل المجرات المجاورة لمجرتنا، وهذا يؤدي إلى مخاطرة (مجازفة) أن قيمة هذا الثابت يمكن أن تكون غير دقيقة جداً (مضطربة، مشوشة)، و هنا تكمن المشكلة. إذا بحثنا عن المجرات الأكثر بعداً، يجب أن يكون هناك تقدير جيد جداً للمسافات التي تفصلنا عنها، وهذا بحد ذاته معقد.

قلنا إننا نستخدم سلسلة من الطرق التي تسمح بالذهاب بعيداً أكثر فأكثر، لكن تتعلق ببعضها البعض. إذاً، نتكلم عن سلم المسافات الكونية (الكوسمولوجية)، وكل طريقة تُستخدم لمعايرة الطريقة التي تليها، الشكل (11).



Telemetry	→	Parallax	→	Cepheids	→	Supernova	→	Hubble
-----------	---	----------	---	----------	---	-----------	---	--------

شكل (11): طرق تحديد المسافة والأبعاد الموافقة لكل طريقة. إن الرمز (al) يشير إلى السنة الضوئية

إذاً، إذا ارتكب خطأ ضعيف (خفيف، قليل) على سلم القياس المستخدم في الطريقة، سوف يُفسد (يشوه، يُحرف) كل ما سيأتي بعد.



وهناك انتقالين حرجين: الأول: للانتقال من طريقة الـ parallaxe إلى طريقة الـ cepheids يجب استخدام قانون يُدعى بقانون [45] loi de Leavitt، عبارة عن علاقة تم اكتشافها من قبل الفلكية Henrietta S. Leavitt، والتي تربط الإضاءة بالنبض pulsations لهذه النجوم المتغيرة les cepheids. والانتقال الثاني الحرج هو استثمار الـ cepheids لتقدير مسافات الـ supernovas المعتبرة في مخطط هابل Hubble diagram، وهذا ليس سهلاً لأن الـ supernovas لا تتواجد كل الأيام.

كل هذه الأعمال المبذولة والمنفذة من أجل التحقق والتأكد تم دعمها وتعزيزها ضمن نطاق التعاون شوز collaboration Shoes وبرئاسة الأمريكي Adam Riess [2].

ولدعم ومساندة، بشكل كبير، نتائج القياس المباشر، فإن المجموعة البحثية collaboration Shoes استخدمت عدة طرق: تم تحسين القياس بواسطة طريقة الـ parallaxe and cepheids وخاصة بواسطة القمر الصناعي satellite Gaia [5، 14، 15]، وأيضاً قياسات دقيقة بطريقة أخرى مختلفة عن طريقة الـ parallaxe. وهم حاولوا أيضاً رصد نجوم أخرى من نوع الـ cepheids بهدف تدعيم نتائج قياساتهم. وأخيراً حللوا supernovas new تسمح بالانتقال من 19 إلى 40 supernovas استخدمت للمعايرة من الـ cepheids إلى الـ supernovas. وبفضل كل هذه الاحتياطات والتحسينات نشروا في شهر أيلول من عام تقديراتهم الجديدة لثابت هابل:

$$H_0 \approx (73, 04 \pm 1, 04) \text{ km/s/Mpc}$$

وهذا لا يمنع من القول إنه يمكن أن يكون هناك مشكلة في جوهر كل تلك الطرق. والشيء المثالي هو امتلاك قياس مباشر آخر لكن مستقل عن مفهوم سلم الأبعاد الكونية cosmological distance scale.

#### و هنا يوجد خيارين:

**الخيار الأول:** هو استخدام ظاهرة نادرة جداً، وهي ظاهرة العدسات الثقالية gravitational lenses على الكوازار quasars (الكوازار هي منابع للموجات الكهرومغناطيسية في السماء لا تزال طبيعتها موضع جدل). وهي عبارة عن أوضاع حيث يأخذ نفس الجسم (بعيد جداً) أشكال متعددة، وذلك بسبب انحراف الأشعة الضوئية بواسطة الانحناء الموضعي للفضاء. وهذا ما قاد إلى التعاون العلمي الذي يُسمى H0LiCOW [6، 10، 13]، وذلك بفضل استخدام 6 كوازارات من هذا النوع، وهذا بدوره أعطى قيمة لثابت هابل تساوي:

$$H_0 \approx (73, 3 \pm 1, 8) \text{ km/s/Mpc}$$

فهي من نفس مرتبة القيمة التي تم الحصول عليها بطريقة سلم المسافات الكونية.

**الخيار الثاني:** هناك خيار ثاني مختلف بشكل كامل عن طريقة القياس المباشر، وهو استخدام أمواج ثقالية gravitational waves التي نستطيع الآن كشفها بفضل interfemit Ligo and Virgo بتقنية تدعى بالصفارات المعيارية (standard sirens) [18].

نعلم اليوم أن الأمواج الثقالية التي تم اكتشافها بواسطة أجهزة توافق اللحظات الأخيرة لاندماج وانصهار أجسام كتلية massive objects، لنجوم نترونية أو ثقوب سوداء.

وطريقة تطور الإشارة تُعلمنا عن الذي حدث، ومن ثم استنتاج الطاقة الصادرة عن تلك الحادثة. وإذا توصلنا لكشف هذه الحوادث الاندماجية الانصهارية البعيدة جداً في الأمواج الثقالية في الطيف الكهرومغناطيسي، ( بواسطة telescope عادي)، يمكننا استنتاج المسافة والسرعة ومن ثم تقدير ثابت هابل.

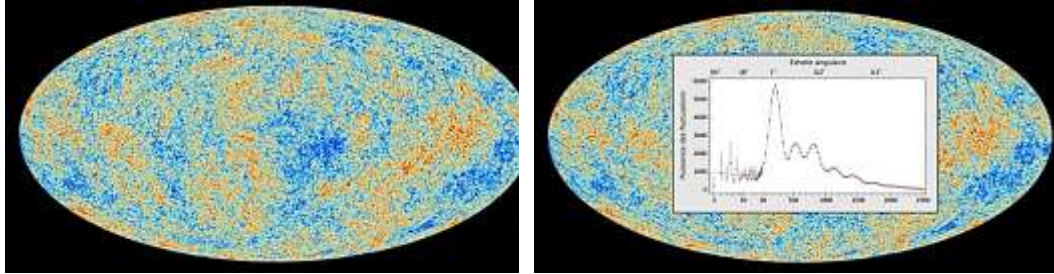
من كل هذا، فإن هذا النوع من المراقبات المضاعفة الـ standard sirens ولدنيا بأن معاً أمواج ثقالية gravitational waves وأمواج كهرومغناطيسية، وهذا حدث مرة واحدة فقط، و أطلق عليه اسم gravitational waves

(waves-GW)، وسمح بتقدير ثابت هابل عن القيمة  $(70 \pm 10)$ ، وهذا ما قاد إلى تخفيف التوتر بشكل كبير، ولكن مع حوادث أكثر يمكن أن يتغير المبدأ في المستقبل.

مهما كان التحديد بالطريقة المباشرة يبدو أنها تؤكد على القيمة المتواجدة بين الـ 70 والـ 73. ولنرى الآن إذا كان يمكن أن توجد مشكلة مع الإشعاع الكوني الخلفي أم لا؟؟

بخصوص القياسات المتعلقة بالإشعاع الكوني الخلفي إن التقديرات الأكثر حداثة تأتي من القمر الصناعي Planck، الذي هـ سمح بقياس عدم تساوي المناحي anisotropy للإشعاع الكوني الخلفي بدقة غير مسبوقة مدهشة سمحت بالحصول على المنحني الذي يمثل الطيف لعدم تساوي المناحي لدرجات الحرارة (التجانس الحراري).

بالمجمل، نرى أن المعطيات التجريبية والخط الأزرق الذي تم الحصول عليه انطلاقاً من النموذج  $\Lambda$ -CDM حيث نرى مدى جودة الانطباق، انظر الشكل (12)، والذي يسمح بتحديد بدقة قيمة المتحولات الكونية لهذا النموذج، وكل هذا قاد إلى قيمة لثابت هابل تساوي  $(67,4 \pm 0,5)$ .



(a)

(b)

شكل (12): الإشعاع الكوني الخلفي.

هل يمكن أن يوجد خطأ في تلك القيمة؟ يجب رؤية شيء وهو أن المرور من قياس قائم للقمر الصناعي إلى هذا المنحني الجميل يقتضي ذلك جهد ضخم جداً لمعالجة المعطيات. ويمكن التخييل وجود أخطاء في الآليات، وهذا بالتأكيد كاقترح، حيث كان هناك سابقاً في عام 2014 مع التجربة التي تسمى BICEP2 أي (Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization) [46-50]، حيث هناك فريق بحثي كان قد أعلن عن طريق وسائل الاتصال communication أنه اكتشف أمواج ثقالية حيث الإشعاع الخلفي الناتج عن تلك الأمواج هو البرهان على التضخم الأولي الأصلي للكون - primordial inflation، قبل اكتشاف أنه يوجد مشكلة صغيرة في الآليات المتبعة لمعالجة المعطيات، حيث أن قياسات القمر Planck التي وضعت حد لتلك المشكلة، لسوء الحظ، ذلك التعاون للتجربة التي تسمى BICEP2 لم يكتشفوا و أكدوا ما قد أعلنوا عنه في البداية.

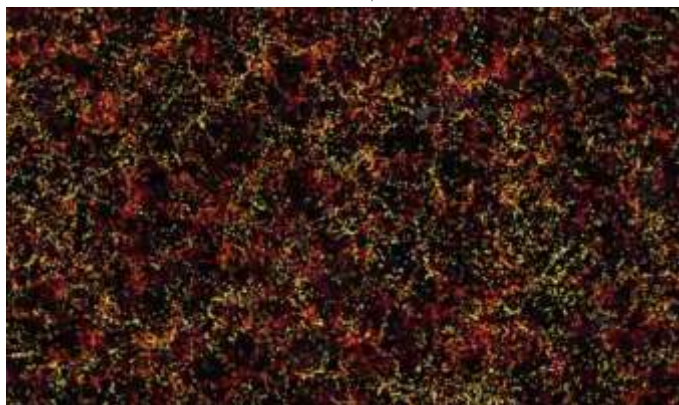
إذاً، بطريقة مماثلة، هل يمكن أن نكون واثقين فعلاً أو لدينا الثقة بخصوص قيمة ثابت هابل معطاة من قبل القمر الصناعي Planck؟ بطريقة للتأكد من ذلك، يجب أن نعرف مسبقاً أن الباحثين استخدموا آليتين مختلفتين لمعالجة المعطيات، والآليتين تعطي نتيجتين متشابهتين.

في حالة القياس المباشر نمتلك طريقة أخرى لعدم (لتعزيز) تلك النتيجة، وهذا ما يُسمى بـ (baryon acoustic oscillations - BAO) [51-53].

قلنا سابقاً إن التأرجحات الصغيرة small fluctuations في الإشعاع الكوني الخلفي تُترجم بتأرجحات خفيفة للكثافة التي كانت موجودة بعد 380000 سنة من الانفجار العظيم . هذه التأرجحات هي نتيجة أمواج الضغط التي كانت تنتشر في البلازما الأصلية البدائية primordiale، ولهذا السبب نعطيها اسم acoustic oscillation. إن الذرى (القمم) التي نلاحظها على طيف التأرجحات للإشعاع الكوني الخلفي، الشكل (13) يمكن أن نراها كتوافقيات مختلفة different harmonic للأمواج الصوتية البدائية primordiale sound waves.

لكن مع تمدد الكون إن هذه التأرجحات للكثافة تضخمت بحيث أصبحت أصل وتوزع المجرات الذي نلاحظه اليوم. إن تأرجحات الكثافة التي نراها في الإشعاع الكوني الخلفي استخدمت كحبيبات أولية starting grain لتوزع المجرات في الكون.

إضافة لذلك، نعرف قياس، أو نعرف أن نقيس، أن هناك عدم تجانس خفيف لهذا التوزع، وهذا الذي قام به التعاون الذي يُسمى (Sloan Digital Sky Survey – SDSS) [54، 55] الذي قاس كثافة المجرات في عدة اتجاهات، وحتى مسافات عشرات المليارات من السنوات الضوئية. والشكل (13) يبين ويوضح نوع الصور التي تم تركيبها. ونتوقع أن توزع المجرات ليس متجانس بشكل تام.



شكل(13): توزع المجرات غير المتجانس .

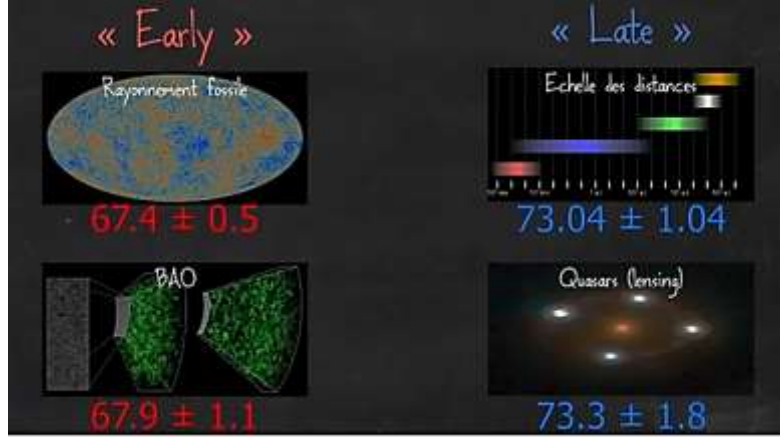
وكما هو ملاحظ أن تلك الصورة (تلك المعطيات) تبين أن هناك تركيباً حبيبياً متواجداً في الإشعاع الكوني، أو منحدرًا من الإشعاع الكوني الخلفي، أي نرى تركيباً حبيبياً مشابهاً لما هو في الإشعاع الكوني الخلفي، أو الناتج عن الإشعاع الكوني الخلفي أو المنحدر عنه.

إن التحليل الرياضي يسمح بتكميم سلم هذا التركيب الحبيبي، وهو بحدود (على بعد أو على مسافة) (150Mpc)، هذا يعني، بشكل إجمالي، وسطي عندما يكون لدينا منطقة غنية بالمجرات في مكان ما في هذا الكون، يكون لدينا منطقة أخرى غنية بالمجرات على بعد حوالي (150Mpc) من المنطقة الأولى. وهذا الذي نسميه baryon acoustic oscillations – BAO، وهذه القياسات تسمح هي أيضاً بتقدير ثابت هابل بقيمة تقدر بـ  $67,9 \pm$  (1, 1). وكما نرى، تقريباً في نفس منطقة قياس الإشعاع الكوني الخلفي.

#### 4-5- الخلاصة: Conclusion

لدينا نوعان من القياسات: قياسات مباشرة بواسطة سلالم المسافات الكونية، أو بواسطة طريقة رديفة تناوبية مفعول العدسات على الكوارزات، أو بطريقة التأخير late universe حيث تلك القياسات تستند إلى تمدد الكون كما نراه أو نلاحظه اليوم. ومن ثم لدينا طريقة الإشعاع الكوني الخلفي والاهتزاز الصوتي للباريونات (AOB)، حيث نتكلم

عن قياسات أولية (early universe) primitives لأنها تزودنا بمعلومات عن الظواهر التي حدثت منذ مئات الملايين من السنوات بعد الانفجار العظيم. ومهما كانت الطريقة التي ننظر إليها ومهما كانت كل التحقيقات والتأكدات verifications الممكنة على هذا المستوى، يبدو أن هناك ضغط توتر بين القياسات late والـ early، انظر الشكل (14).



شكل (14): التوتر بين القياسات late والـ early.

لكن قلنا إذا كانت القياسات صحيحة يمكن أن يكون هناك خيار ثالث لشرح هذا الضغط والتوتر. إن أصل ومصدر كل هذا هو بالنهاية نموذج الانفجار العظيم، أي نموذج  $\Lambda - CDM$ . إن هذا النموذج  $\Lambda - CDM$  هو عبارة عن عنصر أساسي لتقدير قيمة ثابت هابل انطلاقاً من الإشعاع الكوني الخلفي.

رأينا أن محاولات هذا النموذج والتي تم مطابقتها مع طيف التأرجحات ومن ثم استنتاج ثابت هابل. ولكن إذا كان هذا النموذج خطأ إلى حد ما، ونعلم، بعد كل شيء، أن هذا النموذج ليس أساسياً وهذا ما يدعوه الفيزيائيون بالنموذج الفعال effective. نموذج حيث ندخل عناصر لنمذجة تجاهلنا to model our ignorance دون ان نعرف شرحها.

على سبيل المثال، في النموذج  $\Lambda - CDM$  هناك على الأقل 3 عناصر نأخذها بالحسبان: التضخم (Inflation)، المادة المظلمة أو السوداء (Dark Matter)، والطاقة السوداء (Dark Energy) وهذا النموذج يعمل بشكل جيد ورائع، ولكن ليس لدينا فهماً معمقاً للظواهر التي ستكون في الأصل. وإذا مع هذا النموذج الفعال فاتنا شيء ما، وإذا كان هناك ما يدعوه الفيزيائيون "بالفيزياء الجديدة"، ظواهر أيضاً غير معروفة ويجب أخذها بالحسبان والتي ستغير بشكل خفيف النموذج  $\Lambda - CDM$ . ولمعرفة هذا، يمكننا محاولة تغيير بشكل واضح النموذج بطريقة نرفع بها التقديرات القيم المتعلقة بقياسات الـ early universe لثابت هابل. وهذا يبدو سهلاً حيث يمكن إضافة عنصر أو عنصرين في معادلات النموذج. لكن هذا ليس بالشيء البسيط، لأنه بحوزتنا قياسات فلكية عديدة وصلبة بحيث ليس من البديهي والواضح أن نغير طرف أو جزء من النموذج، لأن هذا يمكن أن ينسف النموذج، وخاصة قياسات (AOB - Acoustic Oscillation of Baryons) التي تقيد بشكل كبير أي تغييرات ممكنة.

بالرغم من كل شيء، فإن العنصر الخلاق عند الفيزيائيين النظريين هو بدون حدود، وهناك رؤية حديثة سردت مئات النظريات المقترحة بهدف تقليص توتر هابل، وهنا نعطي بعضاً منها:

في كل هذا، فإن التقريبات الأكثر وعوداً تبدو أنها حاولت ملاسة خاصة الفترة الزمنية البدائية الأصلية للانفجار العظيم، حيث في تلك الحقبة ( حيث كان هناك الإشعاع الكوني الخلفي، وأيضاً قبل ذلك أي قبل الإشعاع الكوني الخلفي). على سبيل المثال، بتخيل طاقة سوداء تتغير مع الزمن، أو تفاعلات غير معروفة اليوم حيث تتظاهر فقط في تلك الشروط الحدية، لم يعد من الممكن كشفها اليوم!

أو احتمال وجود جسيمات جديدة، أو حقول بقوى جديدة، لكن يبدو أنه بالرغم من كل الجهود المبذولة من قبل الفيزيائيين النظريين ليس هناك ولا حل مُقنع حتى اليوم.

هناك الكثير من التغييرات على النموذج  $\Lambda - CDM$  تقود فعلياً إلى تقليص التوتر (تخفيض وثيرة الجدل) لكن تزيد هامش الخطأ أكثر ما تقلص التباعد (الفرق) بين الطريقتين لقياس ثابت هابل.

بالرغم من كل ذلك، يجب التطلع والرؤية على المستوى النظري والتجريبي. من يدري ربما توتر خفيف يمكن أن يقود إلى ثورة فكرية (مفاهيم ثورية). بعد كل هذا ربما كما حدث مع مسار كوكب عطارد *Mercur* حيث تم شرحه باستخدام النظرية النسبية العامة. إذاً ثورة للعبور لمفهومنا للجاذبية.

بالتأكيد كل ذلك مشابه لأزمة علم الكون، لكن ربما ستكون بالتأكيد أزمة رائعة لتحقيق تقدم كبير في فهمنا لقوانين الكون.

## المراجع

- [1] Brout, Dillon; Scolnic, Dan; Popovic, Brodie; Riess, Adam G.; Zuntz, Joe; Kessler, Rick; Carr, Anthony; Davis, Tamara M.; Hinton, Samuel; Jones, David; Kenworthy, W. D'Arcy. "The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints". 2022.
- [2] Riess, Adam G.; Yuan, Wenlong; Macri, Lucas M.; Scolnic, Dan; Brout, Dillon; Casertano, Stefano; Jones, David O.; Murakami, Yukei; Breuval, Louise; Brink, Thomas G.; Filippenko, Alexei V. "A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 km/s/Mpc Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team". *The Astrophysical Journal*. **934** (1), 2021.
- [3] Freedman, Wendy L. "Measurements of the Hubble Constant: Tensions in Perspective\*". *The Astrophysical Journal*. **919** (1): 16, 2021.
- [4] Soltis, J.; Casertano, S.; Riess, A. G. "The Parallax of Omega Centauri Measured from Gaia EDR3 and a Direct, Geometric Calibration of the Tip of the Red Giant Branch and the Hubble Constant". *The Astrophysical Journal*. **908** (1):L5, 2012.
- [5] Riess, A. G.; Casertano, S.; Yuan, W.; Bowers, J. B.; et al. "Cosmic Distances Calibrated to 1% Precision with Gaia EDR3 Parallaxes and Hubble Space Telescope Photometry of 75 Milky Way Cepheids Confirm Tension with LambdaCDM". *The Astrophysical Journal*. **908** (1): L6, 2021.
- [6] Chen, G.C.-F.; Fassnacht, C.D.; Suyu, S.H.; Rusu, C.E.; et al. "A SHARP view of H0LiCOW: H0 from three time-delay gravitational lens systems with adaptive optics imaging". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. **490** (2): 1743–1773, 2019.
- [7] [https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s\\_law\\_-\\_cite\\_ref-EA-20190716\\_75-0](https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s_law_-_cite_ref-EA-20190716_75-0) Carnegie Institution of Science. "New measurement of universe's expansion rcate is 'stuck in the middle' - Red giant stars observed by Hubble Space Telescope used to make an entirely new measurement of how fast the universe is expanding", 2019.
- [8] [https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s\\_law\\_-\\_cite\\_ref-SCI-20190719\\_76-0](https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s_law_-_cite_ref-SCI-20190719_76-0) Sokol, Joshua (19 July 2019). "Debate intensifies over speed of expanding universe", 2019.

- [9] Wendy L. Freedman; Madore, Barry F.; Hatt, Dylan; Hoyt, Taylor J.; et al. "The Carnegie-Chicago Hubble Program. VIII. An Independent Determination of the Hubble Constant Based on the Tip of the Red Giant Branch". *The Astrophysical Journal*. **882** (1): 34, 2019.
- [10] Kenneth C. Wong. "H0LiCOW XIII. A 2.4% measurement of  $H_0$  from lensed quasars: 5.3 $\sigma$  tension between early and late-Universe probes". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2020.
- [11] [https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s\\_law\\_-\\_cite\\_ref-Riess2019\\_68-0](https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble%27s_law_-_cite_ref-Riess2019_68-0) Riess, Adam G.; Casertano, Stefano; Yuan, Wenlong; Macri, Lucas M.; Scolnic, Dan. "Large Magellanic Cloud Cepheid Standards Provide a 1% Foundation for the Determination of the Hubble Constant and Stronger Evidence for Physics Beyond LambdaCDM". *The Astrophysical Journal*. **876** (1): 85, 2019.
- [12] Ryan, Joseph; Chen, Yun; Ratra, Bharat. "Baryon acoustic oscillation, Hubble parameter, and angular size measurement constraints on the Hubble constant, dark energy dynamics, and spatial curvature". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. **488** (3): 3844–3856, 2019.
- [13] Birrer, S; Treu, T; Rusu, C. E; Bonvin, V; et al. "H0LiCOW - IX. Cosmographic analysis of the doubly imaged quasar SDSS J1206+4332 and a new measurement of the Hubble constant". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. **484** (4): 4726–4753, 2018.
- [14] Riess, Adam G.; Casertano, Stefano; Yuan, Wenlong; Macri, Lucas; et al. "Milky Way Cepheid Standards for Measuring Cosmic Distances and Application to Gaia DR2: Implications for the Hubble Constant". *The Astrophysical Journal*. **861** (2): 126, 2018.
- [15] Devlin, Hannah. "The answer to life, the universe and everything might be 73. Or 67", 2018.
- [16] Riess, Adam G.; Casertano, Stefano; Yuan, Wenlong; Macri, Lucas; et al. "New parallaxes of galactic Cepheids from spatially scanning the Hubble Space Telescope: Implications for the Hubble constant" (PDF). *The Astrophysical Journal*. **855** (2): 136, 2018.
- [17] Weaver, Donna; Villard, Ray; Hille, Karl. "Improved Hubble Yardstick Gives Fresh Evidence for New Physics in the Universe". NASA, 2018.
- [18] The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration; The IM2H Collaboration; The Dark Energy Camera GW-EM Collaboration and the DES Collaboration; The DLT40 Collaboration; et al. "A gravitational-wave standard siren measurement of the Hubble constant" (PDF). *Nature*. **551** (7678):88, 2017.
- [19] Bonvin, Vivien; Courbin, Frédéric; Suyu, Sherry H.; et al. (2016-11-22). "H0LiCOW – V. New COSMOGRAIL time delays of HE 0435–1223:  $H_0$  to 3.8 per cent precision from strong lensing in a flat  $\Lambda$ CDM model". *MNRAS*. **465** (4): 4914–4930, 2016.
- [20] Tully, R. Brent; Courtois, Hélène M.; Sorce, Jenny G. "COSMICFLOWS-3". *The Astronomical Journal*. **152** (2): 50, 2016.
- [21] Riess, Adam G.; Macri, Lucas M.; Hoffmann, Samantha L.; Scolnic, Dan; et al. "A 2.4% Determination of the Local Value of the Hubble Constant". *The Astrophysical Journal*. **826** (1): 56, 2016.

- [22] Tully, R. Brent; Courtois, Helene M.; Dolphin, Andrew E.; Fisher, J. Richard; et al. "Cosmicflows-2: The Data". *The Astronomical Journal*. **146** (4): 86, 2013.
- [23] Bonamente, M.; Joy, M. K.; Laroque, S. J.; Carlstrom, J. E.; et al. "Determination of the cosmic distance scale from Sunyaev–Zel'dovich effect and Chandra X-ray measurements of high-redshift galaxy clusters". *The Astrophysical Journal*. **647** (1): 25, 2006.
- [24] Freedman, W. L.; et al. "Final results from the Hubble Space Telescope Key Project to measure the Hubble constant". *The Astrophysical Journal*. **553** (1): 47–72, 2001.
- [25] Macaulay, E; et al. (DES collaboration). "First Cosmological Results using Type Ia Supernovae from the Dark Energy Survey: Measurement of the Hubble Constant". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. **486** (2): 2184–2196, 2018.
- [26] Planck Collaboration; Aghanim, N.; et al. "Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters", 2018.
- [27] Grieb, Jan N.; Sánchez, Ariel G.; Salazar-Albornoz, Salvador. "The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Cosmological implications of the Fourier space wedges of the final sample". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. **467** (2): stw3384, 2016.
- [28] "Planck Publications: Planck 2015 Results". European Space Agency. February 2015.
- [29] Cowen, Ron; Castelvechi, Davide. "European probe shoots down dark-matter claims", 2014.
- [30] Bucher, P. A. R.; et al. (Planck Collaboration) (2013). "Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific Results". *Astronomy & Astrophysics*. **571**: A1, 2013.
- [31] "Planck reveals an almost perfect universe". ESA. 21 March 2013.
- [32] "Planck Mission Brings Universe Into Sharp Focus". JPL. 21 March 2013.
- [33] Overbye, D. (21 March 2013). "An infant universe, born before we knew". *New York Times*, 2013.
- [34] Bennett, C. L.; et al. "Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Final maps and results". *The Astrophysical Journal Supplement Series*. **208** (2): 20, 2013.
- [35] Jarosik, N.; et al. "Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Sky maps, systematic errors, and basic results". *The Astrophysical Journal Supplement Series*. **192** (2): 14, 2011.
- [36] Hinshaw, G.; et al. (WMAP Collaboration) (2009). "Five-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations: Data processing, sky maps, and basic results". *The Astrophysical Journal Supplement*. **180** (2): 225–245, 2009.
- [37] Spergel, D. N.; et al. (WMAP Collaboration). "Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for cosmology". *The Astrophysical Journal Supplement Series*. **170** (2): 377–408, 2007.
- [38] Freedman, W. L.; et al. "Final results from the Hubble Space Telescope Key Project to measure the Hubble constant". *The Astrophysical Journal*. **553** (1): 47–72, 2001.
- [39] Dodge 2004, p. 310.
- [40] Quinio Benamo 2005, p. 36.
- [41] Grinstead et Snell 1997, p. 351.
- [42] Grinstead et Snell 1997, p. 212.
- [43] Protassov 2002, p. 30.

- [44] Murray R. Spiegel, *Théorie et Applications de la Statistique*, Série Schaum, Copyright 1972 by McGraw-Hill, Paris pour la traduction française, 241-268.
- [45] (en) Henrietta S. Leavitt, « *1777 Variables in the Magellanic Clouds [archive]* », *Annals of Harvard College Observatory*, LX(IV), 1908, p. 87–110.
- [46] Staff. "BICEP2 2014 Results Release". National Science Foundation. Retrieved 18 March 2014.
- [47] "Collaboration – BICEP2 South Pole". *Harvard–Smithsonian Center for Astrophysics*. Retrieved 2014-03-14.
- [48] "Collaboration – Keck Array South Pole". *Harvard–Smithsonian Center for Astrophysics*. Retrieved 2014-03-14.
- [49] Jump up to:<sup>a b c d</sup> Peter A. R. Ade; R W Aikin; Denis Barkats; et al. (19 June 2014). "Detection of B-mode polarization at degree angular scales by BICEP2". *Physical Review Letters*. **112** (24): 241101, 2014.
- [50] Ade, P. A. R.; et al. (2014). "BICEP2. II. Experiment and Three-year Data Set". *The Astrophysical Journal*. **792** (1): 62, 2014.
- [51] Perlmutter, S.; et al. (1999). "Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae". *The Astrophysical Journal*. **517** (2): 565–586, 1999.
- [52] Eisenstein, D. J. (2005). "Dark energy and cosmic sound". *New Astronomy Reviews*. **49** (7–9): 360, 2005.
- [53] Eisenstein, D. J.; et al. (2005). "Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies". *The Astrophysical Journal*. **633** (2): 560–574, 2005.
- [54] Leverington, David (2013). *Encyclopedia of the History of Astronomy and Astrophysics*. Cambridge: Cambridge University Press. pp. 299–300, 2013.
- [55] Gunn, James E.; Siegmund, Walter A.; Mannery, Edward J.; Owen, Russell E.; Hull, Charles L.; Leger, R. French; et al. (April 2006). "The 2.5 m Telescope of the Sloan Digital Sky Survey". *The Astronomical Journal*. **131** (4): 2332–2359, 2006.