

## حساب قيمة معامل التفاعل لطاقة الانقسام (سبين - مدار) لبعض النوى باستخدام نموذج النيكلون المفرد

الدكتور أحمد شفيق بيشاني \*

الدكتورة سمر فيصل عمران \*\*

آلاء عبد الكريم محمد \*\*\*

(تاريخ الإيداع ٢٠٢٤ / ١ / ٧ - تاريخ النشر ٢٠٢٤ / ٤ / ٢٨)

□ ملخص □

في هذا البحث تم الحصول على علاقة معامل التفاعل ( $\alpha$ ) انطلاقاً من طاقة الانقسام (سبين - مدار)  $\Delta E_{s.o}$ ، وتم أيضاً إعادة حساب معامل التفاعل لبعض نوى الذرات: ( $Pb^{209}, Ca^{41}, O^{17}, C^{13}, He^5$ ) بناءً على قيم تجريبية لطاقة الانقسام. ومن ثم تم مقارنة قيم معامل التفاعل لنوى هذه الذرات مع القيم التجريبية حيث أظهرت تقارباً جيداً. **كلمات مفتاحية:** نيكليون مفرد ، طاقة الانقسام (سبين - مدار) ، معامل التفاعل ( $\alpha$ ).

---

\*أستاذ - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة طرطوس - طرطوس - سوريا

\*\*مدرس - كلية العلوم - جامعة طرطوس - طرطوس - سوريا

\*\*\*طالبة دراسات عليا (ماجستير) - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة طرطوس - سوريا

## Calculating The Value of The Interaction Coefficient for The Splitting Energy (spin-orbit) of some Nuclei using The Single Nucleon Model

Dr. Ahmed Shafiq Bishani\*

Dr. Samar Faisal Omran\*\*

Alaa Abdul Karim Mohammad\*\*\*

(Received 7/1/2024. Accepted 28/4/2024)

### □ABSTRACT □

In this research, the interaction coefficient relationship ( $\alpha$ ) was obtained based on the splitting energy (spin – orbit)  $\Delta E_{s.o}$ , and the interaction coefficient was also recalculated for some atomic nuclei: ( $Pb^{209}$ ,  $Ca^{41}$ ,  $O^{17}$ ,  $C^{13}$ ,  $He^5$ ) based on experimental values of the splitting energy. Then, the interaction coefficient values for the nuclei of these atoms were compared with the experimental values which showed good convergence.

**Keywords:** Single nucleon, splitting energy (spin – orbit), interaction coefficient ( $\alpha$ ).

---

\*Professor – Department of physics – Faculty of Sciences – Tartous University -Tartous - Syria.

\*\*Doctor – Faculty of Sciences -Tartous University – Tartous – Syria.

\*\*\*Master Student – Department of physics – Faculty of Sciences – Tartous University – Tartous – Syria.

## مقدمة:

يعتبر النموذج الطبقي (Shell Model) من أهم النماذج التي ساعدت على فهم التركيب النووي، وهو محاولة لتفسير سبب وجود الأعداد السحرية (Magic Numbers) بالإضافة إلى بعض خواص النواة [٤،٥،٦].

نموذج النيكلون المفرد (Single Nucleon Model) هو نموذج منبثق عن النموذج الطبقي حيث يركز على حقيقتين أولهما أن كل نيكلون في النواة يتحرك في الحقل الوسطي للنيكليونات الأخرى، والثانية وجود مكان لتأثير سبين - مدار قوي ذو طبيعة نسبية [7].

يرمز لنوى النيكلون المفرد بالرمز  $(2kX + n_s)$  حيث:  $X$  تعبر عن النواة المدروسة،  $4k$  تدل على العدد الكتلي، و  $2k$  يدل على العدد الذري،  $n_s$  هو النيوترون المفرد. [7]

لتعيين وضع السويات المختلفة للنواة لابد من افتراض شكل معين للكمون و إذا اعتبرنا البئر الكموني المدروس مستطيل الشكل حيث  $V(r) = -V_0$  وبحل معادلة شرودينغر نحصل على الجدول التالي:  
جدول رقم (١): توزيع النيكليونات على السويات الطاقة [٣].

السويات	$n$	$l$	$N = 2n + l$	$2(2l + 1)$	$\sum N$
$N = 0$	0	0	0s	2	2
$N = 1$	0	1	0p	6	8
$N = 2$	0	2	0d	10	
$N = 2$	1	0	1s	2	20
$N = 3$	0	3	0f	14	
$N = 3$	1	1	1p	6	40
$N = 4$	0	4	0g	18	
$N = 4$	1	2	1d	10	
$N = 4$	2	0	2s	2	70
$N = 5$	0	5	0h	22	
$N = 5$	1	3	1f	14	
$N = 5$	2	1	2p	6	112
$N = 6$	0	6	0i	26	
$N = 6$	1	4	1g	18	
$N = 6$	2	2	2d	10	
$N = 6$	3	0	3s	2	168

حيث:

$l$  العدد الكمي المداري يأخذ القيم التالية:  $l = 0,1,2,3,4,5,6$  ويعبر عن رمز كل سوية على التوالي

$.s,p,d,f,g,h,i$

$N$  العدد الكوانتي الرئيسي حيث يمكن أن نجدها بإحدى الصيغتين :

الصيغة الأولى:  $N = 2n + l$  و طالما أن أصغر قيمة لـ  $N$  هي الصفر وهي تعبر عن السوية الأساسية  $s$ ، هذا

يستدعي أن تكون  $l = 0$  ، عندها أصغر قيمة لـ  $n$  (العدد الكوانتي القطري) هي الصفر وتكتب  $n = 0,1,2,3, \dots$ .

الصيغة الثانية:  $N = 2(n - 1) + l$  و طالما أن أصغر قيمة لـ  $N = 0$  وهي تعبر عن السوية الأساسية  $s$ ، نجد أن  $l = 0$ ، عندها أصغر قيمة لـ  $n$  هي 1 وتكتب  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

وفي هذا البحث أخذنا الصيغة الأولى [3].

$2(2l + 1)$  تعطينا عدد النيكلونات المتوضعة على كل سوية.

$\sum N$  مجموعها يعطينا الأعداد السحرية

تم ترتيب السويات الطاقية طبقاً لزيادة طاقة السوية ( $N$ ) وحسب قاعدة الاستبعاد لباولي كل سوية تحتوي  $2(2l + 1)$  من كل نوع من النيكلونات (بروتونات أو نيوترونات)، يُحدث بئر الكمون إزاحة للسويات الطاقية على امتداد محور الطاقة ليتشكل سويات مغلقة ذات طاقات معينة تدعى بالطبقات النووية، ولكن الجدول يعطينا أول 3 أعداد سحرية فقط أي أنه لم يستطع تفسير وجود الأعداد السحرية (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126) [6]، لذا يجب تغيير شكل الكمون المدروس للحصول على جميع الأعداد السحرية ومن هنا أتى مفهوم حد الانقسام (سبين - مدار)  $\frac{2\alpha}{\hbar^2} (\hat{l} \cdot \hat{s})$  مضاف إلى معادلة الكمون النووي [3, 8].

**أهمية البحث:**

إيجاد طريقة مناسبة لحساب معامل التفاعل  $\alpha$  عن طريق معادلة طاقة الانقسام سبين-مدار لبعض النوى التي تمت دراستها سابقاً وتمهيداً لحساب  $\alpha$  لنوى جديدة.

**طريقة البحث ومواده:**

تعطى معادلة الكمون النووي العام بالشكل [3]:

$$V = -V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \frac{2\alpha}{\hbar^2} (\hat{l} \cdot \hat{s}) \quad (1)$$

حيث:

$(-V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2)$  : كمون الهزاز التوافقي مع كمون الحفرة.

$(\frac{2\alpha}{\hbar^2} (\hat{l} \cdot \hat{s}))$  حد الانقسام سبين - مدار.

والعزم الكلي  $J$  يعبر عنه من خلال العزم المداري والعزم السبيني بالشكل:

$$\hat{j} = \hat{l} + \hat{s}$$

وباستخدام القيم الخاصة للمؤثرات  $s^2, l^2, j^2$  يمكن أن نكتب ما يلي: [9]

$$j^2 = (l + s)^2$$

$$j^2 = l^2 + s^2 + 2ls \quad (2)$$

$$ls = \frac{1}{2} [j^2 - l^2 - s^2] \quad (3)$$

$$(a) \quad j^2 = \hbar^2 [j(j + 1)]$$

$$(b) \quad l^2 = \hbar^2 [l(l + 1)]$$

$$(c) \quad s^2 = \hbar^2 [s(s + 1)]$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد أن القيم الخاصة المقابلة لـ  $ls$  هي:

$$ls = \frac{\hbar^2}{2} [j(j + 1) - l(l + 1) - s(s + 1)] \quad (4)$$

إذا كانت:  $s = \frac{1}{2}$

تصبح المعادلة (٤) بالشكل التالي:

$$ls = \frac{\hbar^2}{2} \left[ j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] \quad (5)$$

وهنا لدينا حالتان:

• الحالة  $j = l + \frac{1}{2}$

$$ls = \frac{\hbar^2}{2} l \quad (6)$$

• الحالة  $j = l - \frac{1}{2}$

$$ls = \frac{\hbar^2}{2} [-(l+1)] \quad (7)$$

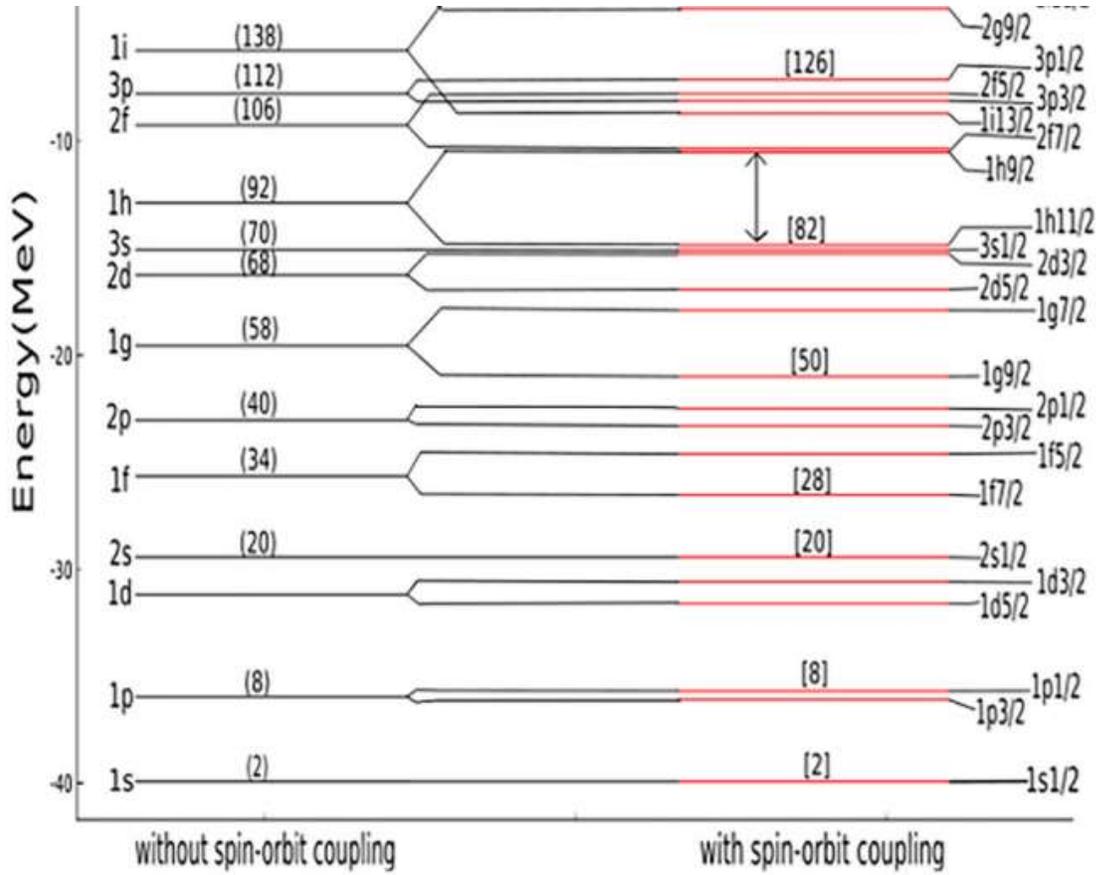
بتعويض المعادلتين (٦) و(٧) بالمعادلة (١):

$$V = -V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \frac{2\alpha}{\hbar^2} \left[ \frac{\hbar^2}{2} \begin{cases} l & \text{if } j = l + \frac{1}{2} \\ -(l+1) & \text{if } j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \right]$$

ومنه:

$$V = -V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \alpha \begin{cases} l & \text{if } j = l + \frac{1}{2} \\ -(l+1) & \text{if } j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (8)$$

يوضح الشكل (١) توزيع النيكلونات على السويات الطاقية بعد الانقسام.



الشكل (١): توزيع النيكلونات على السويات الطاقية بعد الانقسام [9]

وسيصبح الجدول بعد الانقسام بالشكل التالي: حيث أن النيكلونات المتوضعة على كل سوية منقسمة تحسب

ب  $2j + 1$  لكل نوع [٧].

جدول رقم (٢): توزيع النيكلونات على السويات الطاقية بعد الانقسام [٣،٧].

السويات	$n$	$l$	$j$	$N = 2n + l$	$2j + 1$	$\sum N$
$N = 0$	0	0	0	0s	2	2
$N = 1$	0	1	$\frac{3}{2}$	0p	4	
$N = 1$	0	1	$\frac{1}{2}$	0p	2	8
$N = 2$	0	2	$\frac{5}{2}$	0d	6	
$N = 2$	0	2	$\frac{3}{2}$	0d	4	
$N = 2$	1	0	$\frac{1}{2}$	1s	2	20

$N = 3$	0	3	$\frac{7}{2}$	0f	8	28
$N = 3$	0	3	$\frac{5}{2}$	0f	6	
$N = 3$	1	1	$\frac{3}{2}$	1p	4	
$N = 3$	1	1	$\frac{1}{2}$	1p	2	
$N = 4$	0	4	$\frac{9}{2}$	0g	10	50
$N = 4$	0	4	$\frac{7}{2}$	0g	8	
$N = 4$	1	2	$\frac{5}{2}$	1d	6	
$N = 4$	1	2	$\frac{3}{2}$	1d	4	
$N = 4$	2	0	$\frac{1}{2}$	2s	2	
$N = 5$	0	5	$\frac{11}{2}$	0h	12	82
$N = 5$	0	5	$\frac{9}{2}$	0h	10	
$N = 5$	1	3	$\frac{7}{2}$	1f	8	
$N = 5$	1	3	$\frac{5}{2}$	1f	6	
$N = 5$	2	1	$\frac{3}{2}$	2p	4	
$N = 5$	2	1	$\frac{1}{2}$	2p	2	
$N = 6$	0	6	$\frac{13}{2}$	0i	14	126
$N = 6$	0	6	$\frac{11}{2}$	0i	12	
$N = 6$	1	4	$\frac{9}{2}$	1g	10	
$N = 6$	1	4	$\frac{7}{2}$	1g	8	
$N = 6$	2	2	$\frac{5}{2}$	2d	6	
$N = 6$	2	2	$\frac{3}{2}$	2d	4	
$N = 6$	3	0	$\frac{1}{2}$	3s	2	

أما الطاقة تعطى بالعلاقة التالية [3]:

$$E_{n,l,j} = E_{n,l} - \alpha \begin{cases} l & \text{if } j = l + \frac{1}{2} \\ -(l+1) & \text{if } j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (9)$$

$$E_{n,l} = \left(2n + l + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega \quad \text{حيث [3]:}$$

وبالنسبة لحالات العزم الكلي ز نحصل على المعادلتين التاليتين:

$$E_{n,l,l+\frac{1}{2}} = \hbar\omega \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right) - \alpha l \quad (10)$$

$$E_{n,l,l-\frac{1}{2}} = \hbar\omega \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right) + \alpha(l + 1) \quad (11)$$

وبالتالي تعطى طاقة الانقسام بالشكل:

$$\Delta E_{s.o} = E_{n,l,l-\frac{1}{2}} - E_{n,l,l+\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$$\Delta E_{s.o} = \hbar\omega \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right) + \alpha(l + 1) - \hbar\omega \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right) + \alpha l$$

$$\Delta E_{s.o} = \alpha(l + 1) + \alpha l$$

طاقة الانقسام [2,1]:

$$\Delta E_{s.o} = \alpha(2l + 1) \quad (13)$$

وبالتالي تعطى معادلة معامل التفاعل  $\alpha$  بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{\Delta E_{s.o}}{(2l + 1)} \quad (14)$$

وباستخدام المعادلة (14) يمكن حساب قيمة  $\alpha$  عن طريق قيم لطاقات انقسام تجريبية موجودة حسب الجدول

التالي:

جدول رقم (3): قيم طاقة الانقسام النظرية والتجريبية لبعض نوى النيكلون المفرد [10,2]

طاقة الانقسام للنواة (MeV) (Splitting Energy)	القيم النظرية (Theory Values) (MeV) [2]	القيم التجريبية (MeV) (Experimental Values) [10]
$\Delta E_{0p}({}^5_2He)$	4.4	4.6
$\Delta E_{0p}({}^{13}_6C)$	3.15	3.83
$\Delta E_{0d}({}^{17}_8O)$	4.71	5.08
$\Delta E_{0f}({}^{41}_{20}Ca)$	5.35	6.5
$\Delta E_{1p}({}^{41}_{20}Ca)$	2.29	2
$\Delta E_{1g}({}^{209}_{82}Pb)$	2.16	2.47
$\Delta E_{2d}({}^{209}_{82}Pb)$	1.2	0.98

سنقوم بالتحقق من القيم الموجودة في الجدول رقم (4) باستخدام الجدول رقم (3) والمقارنة بينهما:

جدول رقم (4): قيم معامل التفاعل  $\alpha$  لطاقة الانقسام التجريبية [3]

$n \backslash l$	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$	$l = 4$	$l = 5$	$l = 6$
0	-	1.15	0.93	0.76	0.46	0.44
1	0.68	0.58	0.26	0.28	-	-
2	0.39	0.19	-	-	-	-

النتائج الحسابية:

(١) من أجل نواة الهيليوم  ${}^5_2\text{He}$ :

أخذت طاقة الانقسام  $\Delta E_{s,o} = 4.6 \text{ MeV}$  ويتوضع النيكلون الأخير على السوية الطاقية  $0p$  أي  $(n = 0, l = 1)$

نعوض في العلاقة (14) نحصل على معامل التفاعل  $\alpha$  لنواة الهيليوم:

$$\alpha = \frac{4.6}{3} = 1.53 \text{ MeV}$$

(٢) من أجل نواة الكربون  ${}^{13}_6\text{C}$ :

أخذت طاقة الانقسام  $\Delta E_{s,o} = 3.83 \text{ MeV}$  ويتوضع النيكلون الأخير على السوية الطاقية  $0p$  أي  $(n = 0, l = 1)$

وبالتالي نحصل على معامل التفاعل  $\alpha$  لنواة الكربون:

$$\alpha = \frac{3.83}{3} = 1.276 \text{ MeV}$$

(٣) من أجل نواة الأوكسجين  ${}^{17}_8\text{O}$ :

أخذت طاقة الانقسام  $\Delta E_{s,o} = 5.08 \text{ MeV}$  ويتوضع النيكلون الأخير على السوية الطاقية  $0d$  أي  $(n = 0, l = 2)$

وبالتالي تعطى معامل التفاعل  $\alpha$  بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{5.08}{5} = 1.02 \text{ MeV}$$

(٤) من أجل نواة الكالسيوم  ${}^{41}_{20}\text{Ca}$ :

أخذت طاقة الانقسام  $\Delta E_{s,o} = 6.5 \text{ MeV}$  ويتوضع النيكلون الأخير

إما: على السوية الطاقية  $0f$  أي  $(n = 0, l = 3)$

وبالتالي تعطى معامل التفاعل  $\alpha$  بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{6.5}{7} = 0.92 \text{ MeV}$$

أو: على السوية الطاقية  $1p$  أي  $(n = 1, l = 1)$

وطاقة الانقسام  $\Delta E_{s,o} = 2 \text{ MeV}$

وبالتالي تعطى معامل التفاعل  $\alpha$  بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{2}{3} = 0.667 \text{ MeV}$$

(٥) من أجل نواة الرصاص  ${}^{209}_{82}\text{Pb}$ :

يتوضع النيكلون الأخير:

إما: على السوية الطاقية  $1g$  أي  $(n = 1, l = 4)$

وطاقة الانقسام  $\Delta E_{s,o} = 2.47 \text{ MeV}$

وبالتالي تعطى معامل التفاعل  $\alpha$  بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{2.47}{9} = 0.27 \text{ MeV}$$

أو: على السوية الطاقية  $2d$  أي  $(n = 2, l = 2)$

$$\Delta E_{s.o} = 0.98 \text{ MeV}$$

وطاقة الانقسام  $\alpha$  وبالطالي تعطى معامل التفاعل  $\alpha$  بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{0.98}{5} = 0.196 \text{ MeV}$$

جدول رقم (٥): قيم معامل التفاعل  $\alpha$  لطاقة الانقسام حسب توضع النيكلون الأخير

$n \backslash l$	1	2	3	4
0	${}^5_2\text{He}$ [1.53] ${}^{13}_6\text{C}$ [1.276]	${}^{17}_8\text{O}$ [1.02]	${}^{41}_{20}\text{Ca}$ [0.92]	-
1	${}^{41}_{20}\text{Ca}$ [0.667]	-	-	${}^{209}_{82}\text{Pb}$ [0.27]
2	-	${}^{209}_{82}\text{Pb}$ [0.196]	-	-

### الاستنتاجات:

بالمقارنة بين القيم التي حصلنا عليها مع القيم التجريبية لمعامل التفاعل  $\alpha$  نجد أن هناك تقارب مقبول وهذا يؤكد على صحة النموذج النووي المدروس من الناحية التحليلية ومن ناحية التطبيق أيضاً.

### التوصيات:

- استمرار البحث والدراسة في تطبيقات نموذج النيكلون المفرد، مما يسمح في فهم أكبر لبعض القيم التجريبية النووية.
- المتابعة في مجال هذه الدراسة ومحاولة اكمال جدول القيم الخاص بـ  $\alpha$  لنوى جديدة في إطار النموذج المدروس.

### المراجع:

- د. بيشاني، أحمد. دراسة تحليلية لمعادلة ديراك مع كمون تنسوري - مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية، سلسلة العلوم الأساسية المجلد ٢٠ (العدد ٧) ١٩٩٨ - ص ٧٣-٨٣.
- د. بيشاني، أحمد. حساب طاقة الانقسام (سبين - مدار) لبعض نوى النيكلون المفرد - مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية، سلسلة العلوم الأساسية المجلد ٢٩ (١)، ٢٠٠٧، ١١ - ٢١.
- Айзенберг Н., Грайнер В. Моделлядер. Коллективныне Н одностичныне явления. Пер.с англ. М., Атомиздат,1975.
- EISENBERG. G. M.; GREINER W., *Nuclear Models*, North Holand. 1987.
- Feenberg E. *Nuclear shell structure*. phys.Rev,1957. V.75. -p.320- 322.
- Otsuka,T , Gade,A ,Sorlin,O , Suzuki,T , And Utsuno,Y , *Evolution of shell structure in exotic nuclei*. Rev. Mod. Phys. 92, 2020.
- Mayer. M., *Nuclear Configurations in the spin - orbital Coupling Model - Empiricas Evidence*, Phys. Rev.78,1950.

- MILLER, L. D. *Exchange Potentials Single – Particles for Nuclei.* – Ann. Phys., V. 91, 1986, 40-57.
- Sharma, A, Gora, S, Bhagavathi, J, and Sastri, o. s. k. s, *Simulation study of nuclear shell model using sine basis.* Am. J. Phys. 88, 576–585 (2020)
- Krutov, V. A., *Relativity and Spin-Orbit Interaction of Nuclei.* – J. Phys. V. 6., 1988, 93-105