

دراسة تأثير قوة الدفع الضغطية على الأنماط الموجية المنتشرة في بلازما ساخنة ممغنطة

* أ.د. نجاح قبلان

** أ.د. محمود أحمد

*** رزان سليمان

(تاريخ الإيداع ٢٠٢٤ / ١ / ٢٤ - تاريخ النشر ٢٠٢٤ / ٦ / ٢٧)

□ ملخص □

تم من خلال هذا البحث التركيز على تأثير قوة الدفع الضغطية على الأمواج الكهرومغناطيسية المنتشرة في بلازما ساخنة وممغنطة، والتي تظهر على هيئة أنماط مختلفة تتمايز فيما بينها من خلال العلاقة التي تربط التردد بالعدد الموجي، كما تم الحصول على المنحنيات ذات الصلة من خلال إيجاد الحلول المناسبة لعبارة التشتت انطلاقاً من معادلة الحركة لفلاسوف وفق التقريب شبه الكلاسيكي في ظل افتراضات وشروط حدية ملائمة للوسط المدروس من درجة حرارة وكثافة وشدة الحقل المغناطيسي المطبق.

الكلمات المفتاحية: بلازما ساخنة ممغنطة - قوة الدفع الضغطية - معادلة فلاسوف - توزع فيرمي ديراك - التقريب شبه الكلاسيكي.

* أستاذ دكتور - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - سوريا.

** أستاذ دكتور - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - سوريا.

*** طالبة ماجستير - قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة تشرين - سوريا.

Studying effect of the ponderomotive force on the propagating patterns in a hot magnetized plasma

Prof. Najah Kabalan^{*}
Prof. Mahmoud Ahmed^{**}
Razan Solaiman^{***}

(Received 24/1/2024. Accepted 27/6/2024)

□ ABSTRACT □

Through this research, we focused on the effect of the ponderomotive force on the electromagnetic waves spreading in a hot, magnetized plasma, which appear in the form of different patterns that are distinguished from each other through the relationship between frequency and wave number. The relevant curves were also obtained by finding appropriate solutions. The dispersion expression is based on the Vlasov equation of motion according to the semi-classical approximation under appropriate assumptions and boundary conditions for the studied medium, including the temperature, density, and intensity of the applied magnetic field.

Keywords: Magnetic hot plasma - ponderomotive force - Vlasov equation - Fermi Dirac distribution - semi-classical.

^(*) Professor in the Department of Physics- Faculty of Science - Tishreen University- Syria.

^(**) Professor in the Department of Physics- Faculty of Science - Tishreen University- Syria.

^(***) Postgraduate student in the Department of Physics- Faculty of Science - Tishreen University- Syria

المقدمة:

تعد دراسة البلازما الساخنة والممغنطة من المواضيع التي حظيت باهتمام علمي كبير على مر عقود من الزمن حتى وقتنا الحالي [1-2-3]، وذلك بسبب دورها في فهم مختلف الظواهر الفيزيائية بدءاً من تفسير سلوك النجوم والأجسام الفلكية [4-5] ودراسة العمليات الفيزيائية الناتجة من الحقول الكهرومغناطيسية للرياح الشمسية على سبيل المثال [6-7]، وصولاً إلى تطوير التطبيقات العملية كالتحكم في تفاعلات الاندماج النووي باستخدام الحصر المغناطيسي الذي يعد منطلقاً للحصول على الطاقة المستدامة [8] وحبس البلازما في أجهزة التوكوماك وفصل النظائر بأنظمة دقيقة والطرز المركزي والتسخين الأيوني [9].

يمكن العثور على البلازما الساخنة في أماكن مختلفة في الكون، البلازما الفضائية وفي الغلاف الجوي الشمسي و البلازما الصناعية، كمصابيح الفلوريسنت وأقواس اللحام والبرق وغيرها من التطبيقات، والتي يختلف مستوى كثافتها في هذه الأماكن المختلفة، حيث تتراوح قيم كثافتها ضمن المجال $(m^{-3}) [10^{14} \rightarrow 10^{22}]$.

أما فيما يتعلق بصنع البلازما الساخنة فالأمر يتطلب موارد ومهارات كبيرة، بالإضافة إلى التكلفة المرتفعة، واستطاع الباحثون استخدام مفاعلات الاندماج لإنتاج حرارة تصل إلى عشرات الآلاف من الكتلون فولط، وفي أجهزة التوكوماك، يتم إنتاج حقول مغناطيسية تتراوح شدتها من [10]. $[1 \rightarrow 10](T)$.

عند تعريض البلازما لحقول مغناطيسية خارجية يمكن أن تحدث العديد من الظواهر المختلفة والمثيرة للاهتمام على سبيل المثال قد يتم تخميد سعة موجة طويلة بسبب تفاعل إلكترونات الوسط مع الحقول المطبقة [11] وقد يحدث انجراف الإلكترونات بنسق مواز للحقل المغناطيسي المطبق [12].

إن نشوء قوة لا خطية تدعى قوة الدفع الضغطية، من أهم الظواهر اللاخطية التي تحدث عندما نعرض الوسط البلازمي لحزمة ليزرية عالية الشدة، تعمل هذه القوة على توليد حقول كهربائية متغيرة ببطء تؤثر بدورها على خصائص الوسط، نتيجة للتأثير الفعال للحقل المغناطيسي على حركة الإلكترونات، والذي يسبب تسريع هذه الإلكترونات - [13] [15] كما تلعب هذه القوة دوراً مهماً في تفاعلات البلازما والليزر.

وبناءً على ما سبق يصبح وصف الموجة وسلوكها أكثر تعقيداً في البلازما الساخنة، وعليه يمكن اللجوء إلى التقريب شبه الكلاسيكي لدراسة الأنماط الموجية والذي يعتمد على دمج بعض جوانب ميكانيكا الكم في إطار كلاسيكي لتقديم فهم أكثر شمولاً ودقة لسلوك جسيمات البلازما في مثل هذه الحالات.

توصل M. L. SAWLEY في عام (١٩٨٤) إلى نتيجة مفادها أن التخماد المكاني للموجة الكهرومغناطيسية المستقطبة دائرياً في بلازما تصادمية يؤدي إلى ظهور قوة دافعة ضغطية مستقلة عن الزمن، وعلى مقربة من تردد السيكلترون يكون للقوة الدافعة تأثير على انخفاض كثافة الجسيمات مما يسبب زيادة في سرعة طور الموجة وتخميدها [16].

وقد قام في عام (٢٠٠٤) كل من N. J. Fisch, J. M. Rax, and I. Y. Dodin بدراسة تحليلية وعددية شاملة للجسيمات الخاضعة لترددات سيكلترونية في بلازما ممغنطة وحساب متوسط القوة الدافعة الضغطية الطولية التي تسرع بها القوة الجسيمات في الاتجاه الموازي للحقل المغناطيسي المستمر [17]

وفي عام (٢٠٠٤) H. S. (Rick) Budéh درسوا إمكانية تسريع الإلكترون بواسطة نبضة ليزرية على شكل نبضة غاوصية في بلازما ممغنطة، بالاعتماد على تفاعل نبض الليزر عالي الكثافة مع البلازما [3].

وقام كل من G. Brodin, A. P. Misra, and M. Marklund من خلال بحثهم في (٢٠١٠) بتطوير مفهوم القوة الدافعة الضغطية الناتجة عن الدوران السبيني للإلكترون وتم إيجاد العلاقة التي تعبر عن القوة الدافعة الكلاسيكية واستخدمت النتائج لإثبات أن النبضة الكهرومغناطيسية تحفز الدوران المستقطب وتبين أن النتيجة تنطبق على الموجات المنتشرة على طول الحقل المغناطيسي الخارجي [18].

عرض كل من G. V. Khazanov and E. N. Krivorutsky في ورقتهم البحثية التي نشرت في (٢٠١٣) ، معادلات الحركة لجسيمات في موجة كهرومغناطيسية اعتباطية التردد منتشرة على طول الحقل المغناطيسي المحيط، وتبين أن هذه الجسيمات تخضع لانجراف بفعل الحقلين الكهربائي والمغناطيسي المتغيرين ببطء، وتم اشتقاق القوة الدافعة الضغطية على افتراض أن سرعة الانجراف في الحقل المغناطيسي مساوية لسرعة الجسيمات مما يسبب ظهور قوى دافعة جديدة تعتمد على كثافة الحقل المغناطيسي الموجي وبالتالي حدوث تبادل إضافي للطاقة بين الموجة وجسيمات البلازما. [13]

في عام (2017) درس كل من S. CHANDRA و A.K. SINGH إمكانيات تسريع الإلكترون بالقوة الدافعة الانضغاطية لنبض ليزر مستقطب بشكل دائري في البلازما الكمية الممغنطة. الآلية الأساسية تتضمن تسريع الإلكترونات من خلال التدرج المحوري لكمونات انضغاط الليزر. وقد تم أخذ التأثيرات الكمية بالحسبان [14]

وفي عام (٢٠٢٠) حل كل من Qiang-LinHu وزملاؤه مساهمة الدوران السبيني في القوة الدافعة لموجة EM منتشرة عمودياً وكذلك على التوازي مع حقل مغناطيسي وتوافقت النتائج مع نتائج (G. Brodin) في حال الانتشار الموازي، وفي حال الانتشار المعامد أظهرت النتائج أن الحقل الكهربائي Ez من مجال الموجة EM هو فقط الذي يساهم في قوة الدفع [19].

وفي أحدث الدراسات (٢٠٢٣) قدم Haidar Al-Naseri و Gert Brodin ورقة بحثية تبين حساب تأثير قوة الدفع الضغطية على الأمواج الكهروستاتيكية المنتشرة بصورة موازية للحقل المغناطيسي الخارجي باستخدام نموذج حركي كمي، ووضحوا الدور الهام الذي تلعبه القوة الدافعة في العديد من الظواهر اللاخطية مثل تشكل السوليتون وتسارع الجسيمات، ودرسوا النسبة بين المساهمات الكلاسيكية والكمية للقوة الدافعة الضغطية [20].

كما تم دراسة تأثير قوة الدفع الضغطية في البلازما الكمية الممغنطة باستخدام التقريب الاحصائي في ورقة بحثية للدكتور وليد صهيوني وآخرون عام ٢٠٢٣، وتمت الدراسة انطلاقاً من معادلة الحركة الكمية لإيجاد معادلة التشتت للأمواج الطولية المنتشرة في بلازما باردة ، وذلك بعد دمج التأثيرات المرتبطة بجهد بوم الكمي وجهد فيرمي، وأظهرت النتائج كيفية زيادة كسب الطاقة للإلكترون في الوسط البلازمي بتغيير سعة نبضة الليزر [21]. وفي هذا البحث فقد تم إدخال حد قوة الدفع الضغطية إلى معادلة الحركة لفلانسون لدراسة تأثيرها على الأنماط الموجية المنتشرة ، وبجل هذه المعادلة أمكن إيجاد الأنماط الموجية المنتشرة في بلازما ساخنة وممغنطة ضمن شروط محددة.

هدف البحث:

يهدف هذا البحث إلى:

١. معالجة معادلة الحركة وفق النهج شبه الكلاسيكي في بلازما ممغنطة حرارتها مرتفعة، تهيمن الحركة الحرارية للجزيئات على سلوكها الكمي كما في بلازما التوكاماك.
٢. إيجاد عبارة التشتت لأنماط الموجية المنتشرة في الوسط البلازمي.
٣. دراسة الأنماط الموجية الناتجة ومدى تأثير القوة عليها.

مواد وطرق البحث:

تعطى معادلة الحركة الخطية لفلاسوف متضمنة التأثيرات المغناطيسية [22] بالشكل:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \vec{\vartheta} \cdot \vec{\nabla} f_1 - \frac{e}{m} (\vec{\vartheta} \times \vec{B}_0) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \vec{\vartheta}} = \frac{e}{m} [\vec{E}_1 + (\vec{\vartheta} \times \vec{B}_1)] \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{\vartheta}} \quad (1)$$

يمكن كتابة الكميات المضطربة لكل من الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي وتابع توزع الكثافة كالتالي:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{E}_1 \cdot \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ \vec{B}_1 &= \vec{B}_1 \cdot \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ f_1 &= f_1 \cdot \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ومن جهة أخرى تعطى القوة الدافعة الضغطية المؤثرة على موجة كهرومغناطيسية منتشرة بالاتجاه الموازي للحقل

المغناطيسي [18] بالعلاقة:

$$\vec{F}_\alpha = \pm \frac{4\mu^2}{m\hbar^2} \cdot \frac{S_{0\alpha}}{(\omega \pm \omega_g)} \left[\frac{\partial}{\partial z} - \frac{K}{(\omega \pm \omega_g)} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \right] |\vec{B}|^2 \cdot \vec{z} \quad (3)$$

حيث أن:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \text{ هو مغناتون بور ، } \mu = -\frac{g}{2} \mu_B \bullet$$

$$S_{0u} = \frac{\hbar}{2} = -S_{0d} \text{ ، } S_{0\alpha} \equiv S_{0(u,d)} \bullet$$

S_α : يمثل سبين الالكتران و α ترمز لدوران الالكتران ($\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$) (up , down) على الترتيب.

$$\omega_c = \frac{eB_0}{m} \text{ ، } \omega_g = \frac{g}{2} \omega_c \text{ ، } \omega_c \text{ التردد السايكلوتروني للالكتران :}$$

$g \approx 2.002392$ معامل لاندي (the electron spin g-factor) \bullet

ومن الجدير بالذكر أن القوة المعرفة بالعلاقة (٣) هي إحدى القوى الموجودة في الوسط البلازمي المدروس لذلك

يمكن إضافتها إلى حد مجموع القوى المؤثرة الموجود في معادلة الحركة (١) وعليه نكتب:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \vec{\vartheta} \cdot \vec{\nabla} f_1 - \frac{e}{m} (\vec{\vartheta} \times \vec{B}_0) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \vec{\vartheta}} = \frac{e}{m} \left[\vec{E}_1 + (\vec{\vartheta} \times \vec{B}_1) + \frac{\vec{F}}{e} \right] \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{\vartheta}} \quad (4)$$

سنقوم بمعالجة العلاقة (٤) بغية التوصل لعبارة التشتت للموجة الطولية المنتشرة في الوسط المدروس، مع أخذ

$\vec{B}_0 = B_0 \vec{z}$ كما أن $\vec{k} = k \vec{z}$ وباستخدام تحويلات فورييه تصبح العلاقة السابقة:

$$-i\omega f_1 + i(\vec{\vartheta} \cdot \vec{z}) k f_1 - \frac{eB_0}{m} (\vec{\vartheta} \times \vec{z}) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \vec{\vartheta}} = \frac{e}{m} \left[\vec{E}_1 + (\vec{\vartheta} \times \vec{B}_1) + \frac{\vec{F}}{e} \right] \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{\vartheta}} \quad (5)$$

بأخذ مركبات السرعة في الإحداثيات الأسطوانية ($\vartheta_\perp, \vartheta_\vartheta, \vartheta_z$) يمكن أن نكتب:

$$(\vec{\vartheta} \times \vec{z}) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \vec{\vartheta}} = -\frac{\partial f_1}{\partial \vartheta_\vartheta}$$

كما يجب الإشارة إلى أن $f_1 \propto \exp(\pm i\vartheta_\vartheta)$ ، والحقل المغناطيسي الكلي $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1(\vec{r}, t)$

باستخدام قانون فراداي $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ والاستفادة من تحويلات فورييه بالإضافة لمجموعة العلاقات (٢) يمكن أن نكتب $\vec{B}_1 = \frac{k}{\omega} (\vec{z} \times \vec{E}_1)$

وبمعالجة حدود العلاقة (٥) اعتماداً على ما سبق تصبح بالشكل:

$$\left. \begin{aligned} (\vec{\vartheta} \times \vec{B}_1) &= \frac{k}{\omega} [(\vec{\vartheta} \cdot \vec{E}_1) \cdot \vec{z} - \vartheta_z \cdot \vec{E}_1] \\ (\vec{\vartheta} \times \vec{z}) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \vec{\vartheta}} &= \pm i f_1 \\ \frac{\vec{F}}{e} &= \mp \frac{8i\mu^2 S_{0\alpha} m k^2 (\sin \delta) E_{\perp} \omega_c}{e^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{(\omega \pm \omega_g)} \cdot \left[\frac{1}{\omega} + \frac{1}{(\omega \pm \omega_g)} \right] \vec{z} \end{aligned} \right\} (*)$$

بتعويض جملة العلاقات (*) في العلاقة (٥) نحصل على:

$$i f_1 (-\omega + \vartheta_z k \pm \omega_c) = \frac{e}{m} \left[\vec{E}_1 \left(1 - \frac{k\vartheta_z}{\omega} \right) + \frac{k}{\omega} (\vec{\vartheta} \cdot \vec{E}_1) \cdot \vec{z} \mp i A k^2 \cdot E_{\perp} \cdot \omega_c \cdot \omega_A \cdot \vec{z} \right] \frac{\partial f_0}{\partial \vec{\vartheta}} \quad (6)$$

حيث أن:

$$\delta: (\vec{k} \wedge \vec{E}) \quad ; \quad A = \frac{8 \mu^2 S_{0\alpha} m (\sin \delta)}{e^2 \hbar^2} \bullet$$

$$\omega_A = \frac{1}{(\omega \pm \omega_g)} \cdot \left[\frac{1}{\omega} + \frac{1}{(\omega \pm \omega_g)} \right] \bullet$$

يعبر عن الحقل الكهربائي في المستوى المعامد لـ \vec{B}_0 بالشكل $\vec{E}_1 = E_{\perp} (\vec{x} \pm i\vec{y})$ (تشير الإشارة

السالبة إلى الاستقطاب اليساري والإشارة الموجبة إلى الاستقطاب اليميني على التوالي) ويكون:

$$\vec{\vartheta} \cdot \vec{E}_1 = E_{\perp} \cdot \vartheta_{\perp} \exp[\pm i\phi_{\vartheta}]$$

$$\vec{E}_1 \frac{\partial f_0}{\partial \vec{\vartheta}} = E_{\perp} \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_{\perp}} \exp[\pm i\phi_{\vartheta}]$$

اعتماداً على ما سبق وبمعالجة العلاقة (٦) تصبح عبارة الحد f_1 بالشكل:

$$f_1 = i \frac{e}{m} \left[\left(1 - \frac{k\vartheta_z}{\omega} \right) \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_{\perp}} + \left(\frac{k\vartheta_{\perp}}{\omega} \right) \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_z} \mp i A k^2 \omega_c \omega_A \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_z} e^{\pm i\phi_{\vartheta}} \right] \frac{E_{\perp} \cdot e^{\pm i\phi_{\vartheta}}}{(k\vartheta_z - \omega \pm \omega_c)} \quad (7)$$

الآن من قانون أمبير $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ نجد عبارة الحقل الكهربائي E_{\perp} :

$$\vec{E}_{\perp} \left[\frac{k^2}{\omega} - \frac{\omega}{c^2} \right] = -ie\mu_0 \int \vec{\vartheta} \cdot f_1(\vec{\vartheta}) d\vec{\vartheta} \quad (8)$$

أن:

حيث

$$\left. \begin{aligned} \vec{J}_1 &= -e \int \vec{\vartheta} \cdot f_1(\vec{\vartheta}) d\vec{\vartheta} \\ \int d^3\vartheta &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{+\infty} \vartheta_{\perp} d\vartheta_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vartheta_z = \\ 2\pi \int_0^{+\infty} \vartheta_{\perp} d\vartheta_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vartheta_z &= \pi \int \vartheta_{\perp} d\vartheta_{\perp} d\vartheta_z \\ \int \vartheta_{\perp} f_1(\vec{\vartheta}) d^3\vartheta &= \pi \int \vartheta_{\perp}^2 f_1(\vartheta_{\perp}, \vartheta_z) d\vartheta_{\perp} d\vartheta_z \end{aligned} \right\} (**)$$

بتعويض قيمة f_1 من العلاقة (٧) في العلاقة (٨) والاستفادة من مجموعة العلاقات (***) بعد أخذ

مركبات السرعة ϑ_{\perp} بالحسبان نحصل على العلاقة التالية:

$$\left. \begin{aligned} \frac{k^2 c^2 - \omega^2}{\omega c^2} = & -\frac{i^2 \mu_0 e^2}{m} \int_0^{2\pi} d\phi_\vartheta \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(1 - \frac{k\vartheta_z}{\omega}\right) \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_\perp} + \left(\frac{k\vartheta_\perp}{\omega}\right) \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_z} \right] \frac{\vartheta_\perp^2 d\vartheta_\perp d\vartheta_z}{(k\vartheta_z - \omega \pm \omega_c)} \\ & \mp \frac{i^2 \mu_0 e^2}{m} \int_0^{2\pi} e^{\pm i\phi_\vartheta} d\phi_\vartheta \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Ak^2 \omega_c \omega_A \left(\frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_z}\right) \frac{\vartheta_\perp^2 d\vartheta_\perp d\vartheta_z}{(k\vartheta_z - \omega \pm \omega_c)} \end{aligned} \right\} (9)$$

بما أن $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0$ يمكن أن تأخذ العبارة (٩) بعد معالجة حذّي التكامل بالنسبة لـ ϕ_ϑ الشكل الآتي:

$$\left. \begin{aligned} k^2 c^2 - \omega^2 = & \frac{e^2}{m\epsilon_0} \omega \left\{ 2\pi \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\vartheta_\perp^2 \left(1 - \frac{k\vartheta_z}{\omega}\right) \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_\perp} + \vartheta_\perp^2 \left(\frac{k\vartheta_\perp}{\omega}\right) \frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_z} \right] \frac{d\vartheta_\perp d\vartheta_z}{(k\vartheta_z - \omega \pm \omega_c)} \right\} \\ & \pm \frac{e^2}{m\epsilon_0} \omega Ak^2 \omega_c \omega_A (2\pi^2) \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vartheta_\perp^2 \left(\frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_z}\right) \frac{d\vartheta_\perp d\vartheta_z}{(k\vartheta_z - \omega \pm \omega_c)} \\ & \pm i \frac{e^2}{m\epsilon_0} \omega Ak^2 \omega_c \omega_A (2\pi) \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vartheta_\perp^2 \left(\frac{\partial f_0}{\partial \vartheta_z}\right) \frac{d\vartheta_\perp d\vartheta_z}{(k\vartheta_z - \omega \pm \omega_c)} \end{aligned} \right\} (10)$$

يمثل f_0 تابع توزيع فيرمي ديراك [23] والذي يعطى بالعلاقة:

$$f_0^{FD}(\vartheta_\perp, \vartheta_z) = \frac{n_0}{4\pi} \left(\frac{m}{(2\pi)^{3/2} \cdot \vartheta_{th}^3} \right) \left(e^{-\vartheta_\perp^2 / 2\vartheta_{th}^2} \right) \left(e^{-\vartheta_z^2 / 2\vartheta_{th}^2} \right) \left(e^{2\mu_e S B_0 / \hbar k_B T} \right) \quad (11)$$

حيث أن:

- $\vartheta_{th} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$ السرعة الحرارية.
- $\mu_e = \mu = -\frac{g}{2} \mu_B$ حيث μ_B مغناتون بور
- $S = \frac{\hbar}{2}$

باشتقاق التابع f_0 بالنسبة لكل من المركبتين الموازية والمعامدة والتعويض في العلاقة (١٠) وإجراء التكاملات

والحسابات ذات الصلة تم الحصول على العلاقة الآتية:

$$\left. \begin{aligned} \omega^5 \pm (2\omega_g + \omega_c)\omega^4 + \left(\omega_g^2 + 2\omega_c\omega_g + \frac{\omega_{pe}^2}{2\pi} - k^2 c^2 \right) \omega^3 \\ \pm \left[\frac{\omega_{pe}^2}{\pi} \omega_g + \omega_c \omega_g^2 + (2\omega_g + \omega_c) k^2 c^2 \right] \omega^2 \\ + \left[\frac{\omega_{pe}^2}{2\pi} \omega_g^2 - (\omega_g^2 + 2\omega_g \omega_c) k^2 c^2 \pm \frac{\omega_{pe}^2 \omega_c Ak^2}{2} \right] \omega \\ \pm \left[\frac{\omega_{pe}^2 \omega_c \omega_g Ak^2}{4} + \omega_c \omega_g^2 k^2 c^2 \right] = 0 \end{aligned} \right\} (12)$$

لا بد من التنويه إلى أنه تم نشر الحد $e^{2\mu_e S B_0 / \hbar k_B T}$ بالشكل:

$$e^{2\mu_e S B_0 / \hbar k_B T} \approx \left[1 + \frac{2\mu_e S B_0}{\hbar k_B T} + \dots \right] \quad (13)$$

وبدراستنا هذه تم أخذ الحد الأول فقط من العلاقة (١٣) عند معالجة العلاقة (١٠)، علماً أن المقدار $\omega_{pe}^2 = \frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0}$ يمثل التردد البلازمي للإلكترون.

تمثل العلاقة (١٢) عبارة التشتت وهي معادلة من الدرجة الخامسة بالنسبة للتردد، بحلها نجد خمس قيم للتردد، وكل حل من الحلول الخمسة يمثل نمط انتشار لموجة في الوسط البلازمي المدروس. كما تم استخدام برنامج Mathematica للحصول على الحلول عددياً، وذلك من خلال اختيار قيم محددة و ملائمة لشروط الوسط المدروس لكل من شدة الحقل المغناطيسي B والكثافة n_e .

الحلول العددية للمعادلة (١٢) التي تم الحصول عليها:

• الحل الأول الذي يمثل النمط الموجي الأول المنتشر في الوسط والمعرف بالعلاقة (١٣):

$$\{\omega = \text{Root}[32112640000000001088991054214655888721401809519100559360k^2 + (-5785624575999999993691883381459827626341310660608 - 273902469120000005949158510329492722941952000k^2)\#1 + (390696140800000062951358745017160040448 + 77823999999999940535112634990592k^2)\#1^2 + (2998108160000000420906795008 - 7372800000000000000000k^2)\#1^3 - 8648622079999999\#1^4 + 8192\#1^5 \& , 1]\} \quad (13)$$

• الحل الثاني الذي يمثل النمط الموجي الثاني المنتشر في الوسط والمعرف بالعلاقة (١٤):

$$\{\omega = \text{Root}[32112640000000001088991054214655888721401809519100559360k^2 + (-5785624575999999993691883381459827626341310660608 - 273902469120000005949158510329492722941952000k^2)\#1 + (390696140800000062951358745017160040448 + 77823999999999940535112634990592k^2)\#1^2 + (2998108160000000420906795008 - 7372800000000000000000k^2)\#1^3 - 8648622079999999\#1^4 + 8192\#1^5 \& , 2]\} \quad (14)$$

• الحل الثالث الذي يمثل النمط الموجي الثالث المنتشر في الوسط والمعرف بالعلاقة (١٥):

$$\{\omega = \text{Root}[32112640000000001088991054214655888721401809519100559360k^2 + (-5785624575999999993691883381459827626341310660608 - 273902469120000005949158510329492722941952000k^2)\#1 + (390696140800000062951358745017160040448 + 77823999999999940535112634990592k^2)\#1^2 + (2998108160000000420906795008 - 7372800000000000000000k^2)\#1^3 - 8648622079999999\#1^4 + 8192\#1^5 \& , 3]\} \quad (15)$$

• الحل الرابع الذي يمثل النمط الموجي الرابع المنتشر في الوسط والمعرف بالعلاقة (١٦):

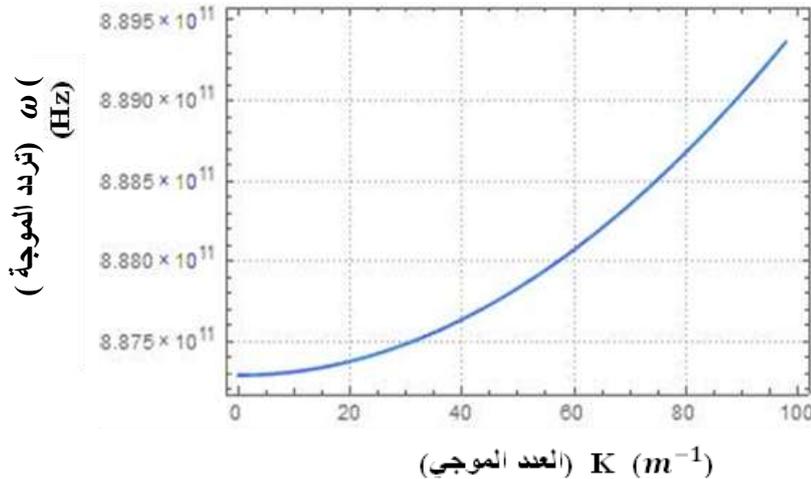
$$\{\omega = \text{Root}[3211264000000001088991054214655888721401809519100559360k^2 + (-5785624575999999993691883381459827626341310660608 - 273902469120000005949158510329492722941952000k^2)\#1 + (390696140800000062951358745017160040448 + 77823999999999940535112634990592k^2)\#1^2 + (299810816000000420906795008 - 73728000000000000000k^2)\#1^3 - 8648622079999999\#1^4 + 8192\#1^5\&4]\} (16)$$

• الحل الخامس الذي يمثل النمط الموجي الخامس المنتشر في الوسط والمعرف بالعلاقة (١٧):

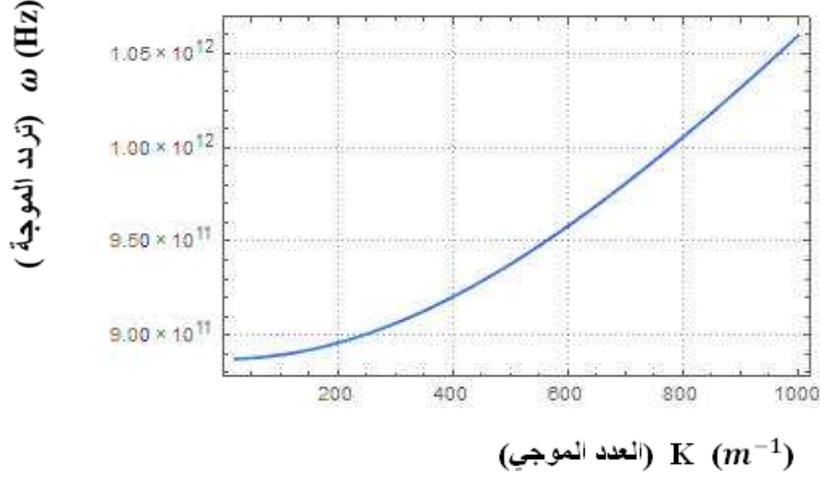
$$\{\omega = \text{Root}[3211264000000001088991054214655888721401809519100559360k^2 + (-5785624575999999993691883381459827626341310660608 - 273902469120000005949158510329492722941952000k^2)\#1 + (390696140800000062951358745017160040448 + 77823999999999940535112634990592k^2)\#1^2 + (299810816000000420906795008 - 73728000000000000000k^2)\#1^3 - 8648622079999999\#1^4 + 8192\#1^5\&5]\} (17)$$

النتائج ومناقشتها: من أجل شدة للحقل المغناطيسي قدرها $B = 2T$ وكثافة تبلغ $n_e = 0.4 \times 10^{19} m^{-3}$

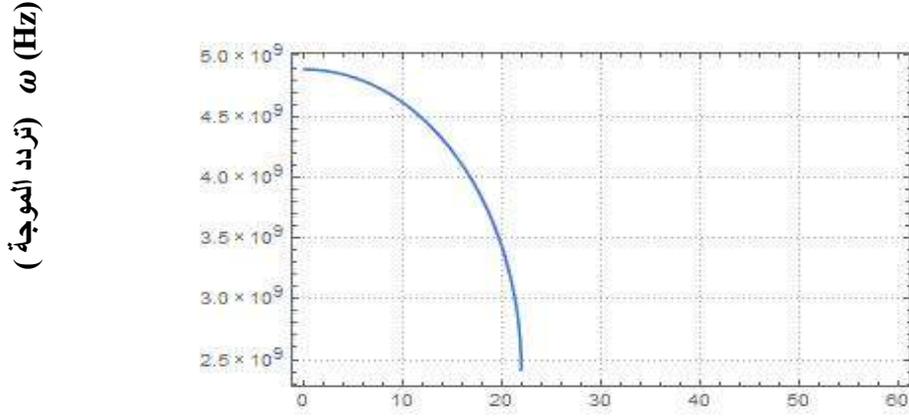
وضمن مجال العدد الموجي المدروس ، تم الحصول على الرسم البياني الممثل لتغيرات التردد ω بتابعية k لثلاثة أنماط موجية فقط ، منتشرة في الوسط البلازمي المدروس كما هو موضح في كل من الأشكال (١ - ٢ - ٣).



الشكل (١): المخطط البياني الممثل لتغيرات التردد بتابعية العدد الموجي لأحد الأنماط الموجية المنتشرة ضمن نطاق العدد الموجي ($1 m^{-1}$ and $100 m^{-1}$)



الشكل (2): تغيرات التردد بتابعية العدد الموجي للسط الثاني للموجة المنتشرة ضمن نطاق العدد الموجي ($30 m^{-1}$ and $1000 m^{-1}$)



الشكل (3): المخطط البياني الممثل لتغيرات التردد بتابعية العدد الموجي للنمط الثالث للموجة المنتشرة ضمن نطاق العدد الموجي $1 m^{-1}$ and $25 m^{-1}$

السابقين ينتشران في الوسط بدءاً من تردد محدد وهو مساوٍ للتردد البلازمي الإلكتروني

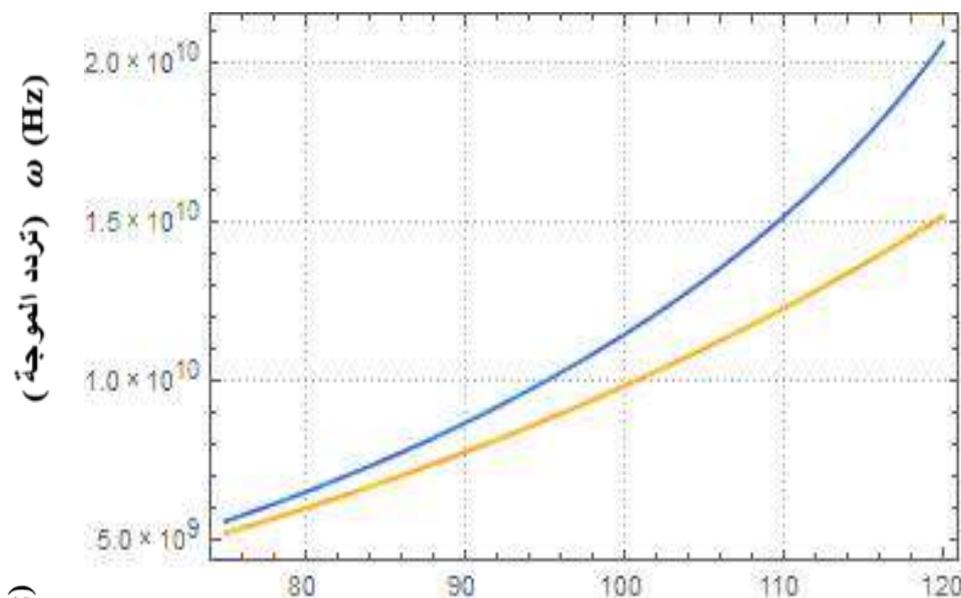
للسطح المدروس ضمن نطاق الكثافة المدروس. ($\omega = \omega_{pe} \approx 0.8759 \times 10^{12} s^{-1}$)

• كما وقد تمت المقارنة بين الأنماط الموجية المنتشرة في وسط بلازمي كثافته $n_e = 0.4 \times$

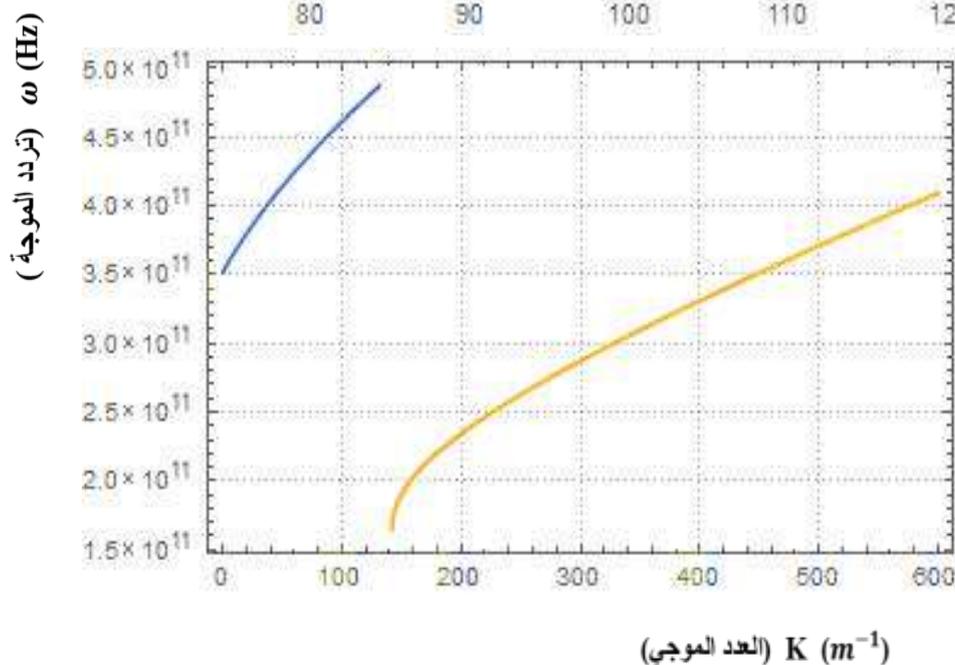
$10^{19} m^{-3}$

وخاضع لحقل مغناطيسي خارجي شدته تبلغ $2T$ في حال عدم وجود تأثير للقوة الدافعة الضغطية، وفي

حال إضافة تأثير القوة الدافعة الضغطية وحصلنا على المنحنيات الموضحة في الشكلين (4 و 5)

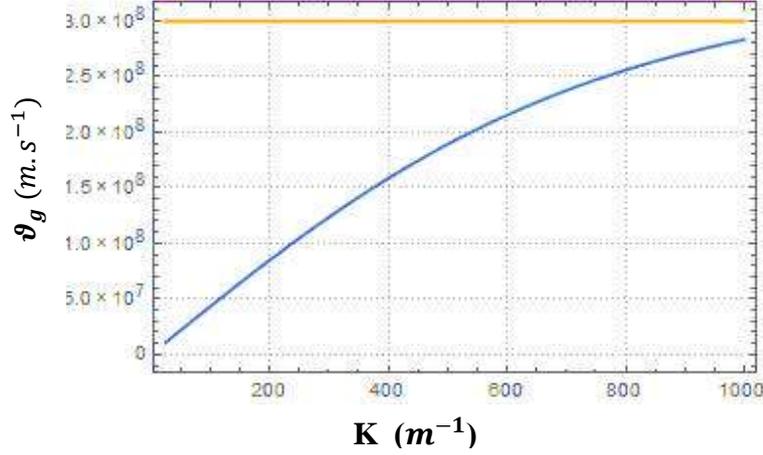


الشكل (٤): تغيرات التردد بتابعة العدد الموجي لأحد الأنماط المنتشرة .
(في حال وجود القوة الدافعة الضغطية)
(في حال عدم وجودها)



الشكل (٥): تغيرات التردد بتابعة العدد الموجي لنمط موجي آخر منتشر في الوسط.
(في حال وجود القوة الدافعة الضغطية)
(في حال عدم وجودها)

- من خلال الشكل (٤) نلاحظ أن الموجتين تنتشران بترددات مختلفة ضمن النطاق نفسه للعدد الموجي، ومن الواضح أنه وبوجود تأثير القوة الدافعة الضغطية فإن الموجة تنتشر بتردد أعلى ، ويزداد الفرق بين ترددي الموجتين كلما ازدادت قيمة العدد الموجي
- الشكل (٥): يمكن ملاحظة أن الموجة الخاضعة لتأثير القوة الدافعة تبدأ بالانتشار في الوسط بتردد قدره $\omega = 3.5 \times 10^{11} \text{ Hz}$ ضمن نطاق محدد للعدد الموجي يبدأ من 1.8 m^{-1} حتى 136 m^{-1} ، في حين تنتشر الموجة غير الخاضعة لتأثير القوة الدافعة بتردد أقل وقدره $\omega = 1.6 \times 10^{11} \text{ Hz}$ ولكن ضمن نطاق أكبر للعدد الموجي يبدأ من 139 m^{-1} حتى 600 m^{-1} تقريباً.



الشكل (٦) تغيرات سرعة المجموعة بتابعة العدد الموجي

- الشكل (٦) : يمثل تغيرات سرعة المجموعة لأحد الأنماط الموجية المنتشرة في الوسط بتابعة العدد الموجي نلاحظ أن سرعة المجموعة تزداد بازدياد قيمة العدد الموجي، حتى تقارب عند أعظم قيمة لها سرعة انتشار الضوء في الخلاء، الممثل على المنحني بالخط المستقيم الموازي للمحور الأفقي.

الاستنتاجات والتوصيات:

تم في هذا البحث دراسة تأثير قوة الدفع الضغطية على أنماط موجية مختلفة منتشرة في وسط بلازمي ممغنط كثافته من مرتبة $10^{19} m^{-3}$ باستخدام التقريب شبه الكلاسيكي، وأظهرت النتائج أن التأثيرات الكمية للقوة الدافعة الضغطية تلعب دوراً واضحاً في تغيير ترددات الأمواج المنتشرة وكذلك في تغيير نطاق انتشارها. كما تبين وجود توافق في الشكل العام بين المنحنيات التي حصلنا عليها والتي تعبر عن تغيرات التردد بتابعة العدد الموجي، وتلك التي حصل عليها Li وآخرون في دراسة قاموا بها عام ٢٠١٤ لدراسة الأمواج السطحية المنتشرة في بلازما دافئة ممغنطة، مع اختلاف واضح بقيم تردد الأمواج المنتشرة [24]. تأتي أهمية دراسة تأثير القوة الدافعة على سلوك الأنماط الموجية المنتشرة، كون أن الأمواج تلعب دوراً مهماً في تحديد خصائص نقل الطاقة في الوسط البلازمي قد يكون هذا البحث أداة مساعدة في تمهيد الطريق حول فهم أعمق لفيزياء البلازما وأبحاث طاقة الاندماج كما أنه قد يساعد في المستقبل على تطوير القدرة لإنتاج الطاقة.

المراجع:

- [1] Paul, A., & Sharma, D. (2022). Microscopic structure of electromagnetic whistler wave damping by kinetic mechanisms in hot magnetized Vlasov plasmas. *arXiv preprint arXiv:2210.13764*.
- [2] Ren, G., Wei, L., Wang, Z. X., & Li, J. (2023). Effect of resonance magnetic perturbation on edge-core turbulence spreading in a tokamak plasma. *arXiv preprint arXiv:2307.13351*.
- [3] Bude, R. H. S., Van Eester, D., van Dijk, J., Jaspers, R. J. E., & Smolders, A. B. (2021). Accelerating simulations of electromagnetic waves in hot, magnetized fusion plasmas. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 63(3), 035014.
- [4] Cattorini, F., Maggioni, S., Giacomazzo, B., Haardt, F., Colpi, M., & Covino, S. (2022). *Misaligned Spinning Binary Black Hole Mergers in Hot Magnetized Plasma*. *The Astrophysical Journal Letters*, 930(1), L1.

- [5] Case, S. (2015). 'Land-marks of the universe': John Herschel against the background of positional astronomy. *Annals of Science*, 72(4), 417-434.
- [6] Malaspina, D. M., Goodrich, K., Livì, R., Halekas, J., McManus, M., Curry, S., ... & Whittlesey, P. (2020). Plasma double layers at the boundary between Venus and the solar wind. *Geophysical research letters*, 47(20), e2020GL090115.
- [7] Sarfraz, M., López, R. A., Ahmed, S., & Yoon, P. H. (2022). Electron mirror and cyclotron instabilities for solar wind plasma. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 509(3), 3764-3771.
- [8] Degraeve, J., Felici, F., Buchli, J., Neunert, M., Tracey, B., Carpanese, F., ... & Riedmiller, M. (2022). *Magnetic control of tokamak plasmas through deep reinforcement learning*. *Nature*, 602(7897), 414-419.
- [9] Zweben, S. J., Gueroult, R., & Fisch, N. J. (2018). Plasma mass separation. *Physics of Plasmas*, 25(9).
- [10] Bellan, P. M. (2008). *Fundamentals of plasma physics*. Cambridge university press.
- [11] Bittencourt, J. A. (2004). *Fundamentals of plasma physics*. Springer Science & Business Media.
- [12] Swanson, D. G. (2020). *Plasma waves*. CRC Press.
- [13] Khazanov, G. V., & Krivorutsky, E. N. (2013). *Ponderomotive force in the presence of electric fields*. *Physics of Plasmas*, 20(2).
- [14] Burton, D. A., Cairns, R. A., Ersfeld, B., Noble, A., Yoffe, S., & Jaroszynski, D. A. (2017, May). Observations on the ponderomotive force. In *Relativistic Plasma Waves and Particle Beams as Coherent and Incoherent Radiation Sources II* (Vol. 10234, pp. 17-22). SPIE.
- [15] Singh, A. K., & Chandra, S. (2017). *Electron acceleration by ponderomotive force in magnetized quantum plasma*. *Laser and Particle Beams*, 35(2), 252-258.
- [16] Sawley, M. L. (1984). The ponderomotive force of an electromagnetic wave in a collisional plasma. *Journal of plasma physics*, 32(3), 487-493.
- [17] Dodin, I. Y., Fisch, N. J., & Rax, J. M. (2004). *Ponderomotive barrier as a Maxwell demon*. *Physics of plasmas*, 11(11), 5046-5064.
- [18] Brodin, G., Misra, A. P., & Marklund, M. (2010). *Spin contribution to the ponderomotive force in a plasma*. *Physical review letters*, 105(10), 105004.
- [19] Hu, Q. L., Luo, X. B., Xiao, G. L., & Zhou, S. L. (2020). *Spin effects on the ponderomotive force of EM pulse in magnetized plasmas*. *Physics Letters A*, 384(13), 126261.
- [20] Al-Naseri, H., & Brodin, G. (2023). *Ponderomotive force due to the intrinsic spin for electrostatic waves in a magnetized plasma*. *Physics of Plasmas*, 30(6).
- [21] وليد صهيوني وآخرون. (٢٠٢٣). دراسة الأنماط الطولية المنتشرة في بلازما كمية ممغنطة. مجلة جامعة البعث. ٤٥ (٢٠).
- [22] Ayllon, R. (2014). Cyclotron Damping in Magnetized Plasmas.
- [23] Brodin, G., Marklund, M., Zamanian, J., Ericsson, Å., & Mana, P. L. (2008). *Effects of the g factor in semiclassical kinetic plasma theory*. *Physical review letters*, 101(24), 245002.
- [24] Li, C., Wu, Z., Yang, W., & Chu, P. K. (2014). *Surface electromagnetic wave equations in a warm magnetized quantum plasma*. *Physics of Plasmas*, 21(7).